

Διδακτικές πρακτικές στην τάξη των Μαθηματικών: Η διαχείριση της επικοινωνίας και του μαθηματικού λάθους

Μπαλαμπανίδου Ζαφείρα

Σ.Ε.Ε κλ. ΠΕ03 ΠΕ.Κ.Ε.Σ. Δυτικής Μακεδονίας
balabazaf@gmail.com

Ποζουκίδης Νικόλαος

Σ.Ε.Ε. κλ ΠΕ06 ΠΕ.Κ.Ε.Σ. Δυτικής Μακεδονίας,
nickproz64@gmail.com

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο διαχειρίζονται την επικοινωνία και το λάθος οι συμπεριφοριστικές και οι κατασκευαστικές θεωρίες μάθησης στη σχολική τάξη των μαθηματικών Στη συνέχεια, με βάση τις παραπάνω παραμέτρους, αξιολογούνται δύο διδασκαλίες μαθηματικών στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, με μεγάλη χρονική απόσταση μεταξύ τους. Από την αξιολόγηση γίνεται φανερό η μεγάλη επίδραση των συμπεριφοριστικών θεωριών μάθησης στους υπό μελέτη εκπαιδευτικούς, καθώς και η διαχρονικότητα αυτής της επίδρασης με δεδομένο ότι οι διδασκαλίες απέχουν μεταξύ τους περισσότερο από μια εικοσαετία. Τέλος γίνεται μια συζήτηση για το πώς θα μπορούσαν οι διδασκαλίες να βελτιωθούν ως προς τις παραμέτρους αυτές και εκφράζεται ο προβληματισμός για το πώς, μέσα σε αυτό το πλαίσιο της ανθεκτικότητας των συμπεριφοριστικών διδακτικών πρακτικών, θα μπορέσουν να εφαρμοστούν με επιτυχία τα νέα αναλυτικά προγράμματα των μαθηματικών, των οποίων η πιλοτική εφαρμογή είναι ήδη σε εξέλιξη .

Λέξεις κλειδιά: διδακτικές πρακτικές, διαχείριση λάθους, μαθηματικά

Εισαγωγή

Είναι γεγονός ότι τα τελευταία χρόνια παρατηρείται ιδιαίτερο ενδιαφέρον από τους ερευνητές για τη μελέτη του τρόπου με τον οποίο εκπαιδευτικοί (γυναίκες και άνδρες) και παιδιά λειτουργούν και αλληλεπιδρούν μέσα στην τάξη των Μαθηματικών καθώς και πώς η αλληλεπίδραση αυτή επηρεάζει τη μάθηση (Bower, 2000). Έτσι, η έρευνα της Διδακτικής των μαθηματικών εστιάζει στο σύνολο των καθημερινών πρακτικών, στις καθημερινές 'νόρμες' εργασίας, που εφαρμόζουν οι εκπαιδευτικοί (άνδρες και γυναίκες) μέσα στην τάξη τους. Οι πρακτικές αυτές διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στη διδακτική διαχείριση των μαθηματικών νοημάτων στο μικρο-επίπεδο της τάξης και στη μάθηση των Μαθηματικών. Η σημαντικότητα τους στη διδασκαλία των Μαθηματικών γίνεται φανερό και από την έμφαση των Νέων Αναλυτικών Προγραμμάτων των Μαθηματικών στις συγκεκριμένες νόρμες και στη διαχείριση της επικοινωνίας και του λάθους μέσα στην τάξη (Οδηγός εκπαιδευτικού: Μαθηματικά, 2021).

Μέσα σε αυτό το πλαίσιο, η εργασία αυτή στοχεύει να παρουσιάσει μια θεωρητική βάση σχετικά με τις νόρμες διαχείρισης του λάθους και της επικοινωνίας στην τάξη των Μαθηματικών μέσα από δύο οπτικές, μια παραδοσιακή και μια σύγχρονη. Όπως μπορεί να υποθέσει κανείς, αναφερόμαστε στην παλιά, αλλά ανθεκτική οπτική του συμπεριφορισμού από τη μια μεριά και την οπτική των κατασκευαστικών θεωριών από την άλλη. Η θεωρητική αυτή βάση θα μπορούσε, δυνητικά, να αποτελέσει έναν "οδηγό" για τους/τις εκπαιδευτικούς, που θα θελήσουν μέσα από διαδικασίες παρατήρησης και αναστοχασμού της διδασκαλίας τους να τροποποιήσουν και να βελτιώσουν καθημερινές τους πρακτικές και νόρμες.

Ένας δεύτερος στόχος είναι να δημιουργηθεί ένας προβληματισμός σχετικά με το αν και κατά πόσο οι καθημερινές πρακτικές των εκπαιδευτικών, ανδρών και γυναικών, έχουν

επηρεαστεί από τις αλλαγές που έχουν συντελεστεί τα τελευταία χρόνια στα προγράμματα σπουδών ή αν συνεχίζουν να απηχούν απαρχαιωμένες αντιλήψεις. Η διαπίστωση αυτή κρίνεται σήμερα ιδιαίτερα σημαντική, καθώς ένα νέο αναλυτικό πρόγραμμα για τα Μαθηματικά βρίσκεται ήδη σε διαδικασία πιλοτικής εφαρμογής και ο βαθμός επιτυχίας του εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τις αντιλήψεις αυτών που θα κληθούν να το εφαρμόσουν. Για το σκοπό αυτό, γίνεται σύγκριση μεταξύ δύο διδασκαλιών, μιας σύγχρονης και μιας που πραγματοποιήθηκε μια εικοσαετία πριν ως προς τον τρόπο που διαχειρίζονται την επικοινωνία και το λάθος.

Θεωρητική τεκμηρίωση

Η Yackel (2001, στο Καλδρυμίδου κ.ά., 2005) ορίζει τη «νόρμα» ως μία συλλογική και όχι ατομική έννοια, η οποία αφορά στις προσδοκίες και στις υποχρεώσεις που διαμορφώνονται μέσα σε μία σχολική τάξη από την πλευρά των μαθητών και των μαθητριών αλλά και των εκπαιδευτικών (ανδρών και γυναικών).

Οι Sullivan και Mousley (2001, στο Καλδρυμίδου κ.ά., 2005) αναφέρονται τόσο στις «μαθηματικές» όσο και στις «κοινωνικο-πολιτισμικές νόρμες». Οι μαθηματικές νόρμες αφορούν τις αρχές, τις γενικεύσεις, τις διαδικασίες που συνιστούν το περιεχόμενο του Αναλυτικού Προγράμματος Σπουδών των μαθηματικών (Sullivan και Mousley 2001, στο Καλδρυμίδου κ.ά. 2005) και ρυθμίζουν τη μαθηματική επιχειρηματολογία στην τάξη των μαθηματικών (Σακονίδης, 2005). Οι κοινωνικο-πολιτισμικές νόρμες, από την άλλη μεριά, αφορούν τις πρακτικές, την οργάνωση και τους τρόπους επικοινωνίας που εφαρμόζουν οι εκπαιδευτικοί (γυναίκες και άνδρες) στη διδασκαλία τους. Οι κοινωνικο-πολιτισμικές νόρμες επηρεάζονται από τις θεωρίες μάθησης που συνειδητά ή ασυνείδητα υιοθετούν οι εκπαιδευτικοί (Καλδρυμίδου κ.ά. 2005) και στην περίπτωση των μαθηματικών, όπως αναφέρουν οι Stigler και Hiebert (1999), και από τις πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών για τη φύση των μαθηματικών.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται πρώτα ο τρόπος με τον οποίο διαχειρίζονται την επικοινωνία και το λάθος οι θεωρίες του συμπεριφορισμού, και ακολουθεί η παρουσίαση της διαχείρισης από τις κατασκευαστικές θεωρίες μάθησης.

Συμπεριφοριστικές θεωρίες μάθησης: διαχείριση επικοινωνίας και λάθους

Η Βοσνιάδου (2000) αναφέρει ότι, ενώ οι θεωρίες του συμπεριφορισμού βρίσκονται τα τελευταία χρόνια σε παρακμή, παρόλα αυτά εξακολουθούν να επηρεάζουν σημαντικά την εκπαίδευση και, κυρίως, τη διδασκαλία των μαθηματικών. Σύμφωνα με τον Κολιάδη (1996), η μεγάλη απήχηση των συμπεριφοριστικών θεωριών εξαρτημένης μάθησης στους/στις εκπαιδευτικούς οφείλεται στη θεώρηση ότι προσφέρουν άμεσα και θεαματικά αποτελέσματα. Πώς όμως οι θεωρίες μάθησης επηρεάζουν τις πρακτικές μέσα στη σχολική τάξη; Η επίδραση αυτή συνδέεται άμεσα με πώς ορίζουν τη μάθηση οι εκπαιδευτικοί (άνδρες και γυναίκες), γιατί κάθε θεωρία μάθησης συνεπάγεται ένα σύνολο σχολικών πρακτικών (Bigge & Shermis, 2004/2009). Οι συμπεριφοριστικές θεωρίες μάθησης, εστιάζουν στην παρατηρήσιμη συμπεριφορά των ατόμων και θεωρούν πως η μάθηση στηρίζεται στη σύνδεση ερεθισμάτων και αντιδράσεων. Αφετηρία τους θεωρούνται οι ιδεολογικές θέσεις του λογικού θετικισμού και της εμπειριοκρατίας (Κολιάδης, 1996), καθώς, όπως αναφέρει η Βοσνιάδου (2000) προσπάθησαν να οικοδομήσουν μία θεωρία της ανθρώπινης συμπεριφοράς, στηριζόμενες στην παρατηρήσιμη συμπεριφορά και την πειραματική επιβεβαίωση. Έτσι, στο πλαίσιο αυτών των θεωριών, η μάθηση ορίζεται «ως η μόνιμη (μακροπρόθεσμη) αλλαγή της συμπεριφοράς ενός οργανισμού σε μια ορισμένη κατάσταση, που προκύπτει ως αποτέλεσμα άσκησης ή εμπειρίας του οργανισμού σε αυτή την κατάσταση» (Κολιάδης, 1996, σ. 200). Επομένως, η αλλαγή της συμπεριφοράς πρέπει να μπορεί να είναι ορατή και μετρήσιμη. Οι εσωτερικές νοητικές διεργασίες δεν ενδιαφέρουν τους ερευνητές του συμπεριφορισμού, αφού δεν μπορούν να παρατηρηθούν. Κατά συνέπεια, θα μπορούσαμε να πούμε πως για τη θεωρία του συμπεριφορισμού ο εγκέφαλος

των μαθητών και των μαθητριών είναι ένα μαύρο κουτί, όπου οι νοητικές διεργασίες που λαμβάνουν χώρα δεν αποτελούν αντικείμενο έρευνας, αφού δεν είναι παρατηρήσιμες (Κόμης, 2004). Οι θεωρίες μάθησης του συμπεριφορισμού φτάνουν στο αποκορύφωμά τους με τη συντελεστική εξαρτημένη μάθηση και την προγραμματισμένη διδασκαλία του Skinner.

Οι Bigge και Shermis (2004/2009), προσεγγίζοντας τις θεωρίες του συμπεριφορισμού, αναφέρουν πως η μάθηση είναι αποτέλεσμα των συνδέσεων που δημιουργούνται ανάμεσα στα ερεθίσματα (αιτίες της μάθησης) και τις αντιδράσεις (αποτελέσματα), σύμφωνα με μηχανιστικές αρχές. Επομένως, οι συμπεριφοριστές εκπαιδευτικοί (άνδρες και γυναίκες), είτε θα προσπαθήσουν να δώσουν το κατάλληλο ερέθισμα ώστε να επιτύχουν την επιθυμητή συμπεριφορά (κλασική εξαρτημένη μάθηση, όπου το ερέθισμα προηγείται), είτε σε κάθε επιθυμητή συμπεριφορά, οι μαθητές θα ενισχύονται (συντελεστική εξαρτημένη μάθηση, το ερέθισμα ακολουθεί της συμπεριφοράς). Σε περίπτωση μη επιθυμητής συμπεριφοράς των παιδιών η ενίσχυση μπορεί να πάψει να εμφανίζεται, ώστε να έρθει η εξάλειψη της συμπεριφοράς ή να ακολουθήσει η τιμωρία, δηλαδή η παρουσία ενός αρνητικού ή η απουσία ενός θετικού ενισχυτή με στόχο την εξασθένηση της συμπεριφοράς.

Τα παραπάνω έχουν ως συνέπεια στις συμπεριφοριστικές θεωρίες μάθησης, το λάθος να αντιμετωπίζεται ως ένα πρόβλημα ή ως μία δυσλειτουργία της μαθησιακής διαδικασίας (Σφυρόερα, 2007), που είναι αποτέλεσμα της άγνοιας ή της αβεβαιότητας (Κολέζα, 2009). Το μόνο που ενδιαφέρει είναι το σωστό, καθώς το λάθος αποτελεί δείγμα αδυναμίας. Ο μαθητής ή η μαθήτρια δεν έχουν αποκτήσει την απαιτούμενη γνώση ώστε να μπορέσουν να αποφύγουν το λάθος και να δώσουν τη συγκεκριμένη απάντηση στο συγκεκριμένο ερώτημα. Μέλημα του/της εκπαιδευτικού είναι να αποφεύγονται τα λάθη, καθώς αποτελούν λόγο αποθάρρυνσης και να επιδιώκεται το σωστό, το οποίο αποτελεί θετική ενίσχυση για το μαθητή και την μαθήτρια και επομένως κίνητρο για μάθηση (Σφυρόερα, 2007). Κατά συνέπεια ο/η εκπαιδευτικός οφείλει να αναλύσει τη γνώση, όσο πολύπλοκη και αν είναι, σε επιμέρους τμήματα ώστε να μπορέσει να τη διδάξει σε διαδοχικά βήματα από τα πλέον απλά προς τα σύνθετα και σε κάθε ολοκλήρωση ενός έργου να ακολουθεί ενίσχυση. Η κατάκτηση της γνώσης σε τμήματα καθώς και η διαβάθμισή της σε βαθμούς δυσκολίας, κύρια χαρακτηριστικά της συμπεριφορικής αντίληψης της διδασκαλίας, εξασφαλίζει στο διδάσκοντα ότι δεν πρόκειται να βρεθεί προ εκπλήξεων. Οι μαθήτριες και οι μαθητές δεν θα αντιμετωπίσουν καμία δυσκολία και το λάθος θα εξαλειφτεί από τη διδακτική πράξη (Σολομωνίδου, 2006). Επιπλέον, ο Κολιάδης (1996) τονίζει, πως οι απαιτήσεις και οι προσδοκίες δεν πρέπει να είναι πολλές, ούτε σε υψηλό βαθμό, ώστε να αποφεύγονται όσο το δυνατό οι αποτυχίες. Ο Φράγκος (1983), προσεγγίζοντας τον Skinner και τη θεωρία του για την προγραμματισμένη διδασκαλία, αναφέρει πως αν τελικά ο μαθητής ή η μαθήτρια κάνουν λάθος πρέπει αμέσως να τους προσφερθεί το σωστό, ως άμεση ενίσχυση καθώς η γνώση αφομοιώνεται καλύτερα όταν ενδυναμώνεται και αμείβεται αμέσως.

Μέσα στο παραπάνω πλαίσιο αντιμετώπισης του λάθους, όπως αναφέρουν οι Bigge και Shermis (2004/2009), οι μαθητές και οι μαθήτριες αντιμετωπίζονται παθητικά ή δρουν δευτερογενώς ενεργητικά, ενώ οι εκπαιδευτικοί (άνδρες και γυναίκες) θεωρούνται αρχιτέκτονες και οικοδόμοι της συμπεριφοράς των μαθητών τους και η γνώση σαν μία οντότητα η οποία μπορεί να μεταδοθεί. Είναι αυτό που οι Littlejohn & Windeatt (1989, σ. 169) αναφέρουν ως «the bucket theory» καθώς η γνώση είναι χειροπιαστή και μεταφέρεται από το γνώστη δάσκαλο προς τον αδαή μαθητή. Η Βοσνιάδου (2000) καταλήγει σε παρόμοια συμπεράσματα, επισημαίνοντας ότι οι εκπαιδευτικοί (άνδρες και γυναίκες) θεωρούν πως η μαθηματική γνώση είναι ακριβής και αθροιστική και μπορεί να αποκτηθεί εύκολα από τους μαθητές ώστε να αποφευχθούν τα λάθη. Αυτό που χρειάζεται είναι η γνώση να δοθεί τμηματικά με αυξανόμενο βαθμό δυσκολίας, και να ενισχυθούν οι κατάλληλες συμπεριφορές. Οι μαθητές και οι μαθήτριες εξασκούνται με επαναληπτικές ασκήσεις και στη συνέχεια αξιολογούνται με βάση την επίδοσή τους σε ασκήσεις παρόμοιες με αυτές που εξασκήθηκαν. Η έρευνα των Καλδρυμίδου, Τζεκάκη και Σακονίδη (2005) έδειξε πως κατά τη

διάρκεια της διδασκαλίας των μαθηματικών οι εκπαιδευτικοί καθοδηγούν συχνά ασφυκτικά τα παιδιά, ώστε με κάθε τρόπο να αποφευχθεί το λάθος. Αν παρόλη την προσπάθεια αποφυγής του λάθους οι μαθητές και οι μαθήτριες σφάλουν, τότε το λάθος διορθώνεται από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς (γυναίκες και άνδρες). Από την πλευρά τους, οι μαθητές και οι μαθήτριες επιλύοντας μία άσκηση προσπαθούν να αποφύγουν την πιθανότητα να κάνουν λάθος και ζητούν συνεχώς διευκρινήσεις από τους εκπαιδευτικούς μειώνοντας με τον τρόπο αυτό το βαθμό δυσκολίας της άσκησης (Doyle 1986, στο Καλδρυμίδου κ.ά., 2005). Επίσης, τα παιδιά, από το φόβο μήπως κάνουν λάθος, δεν αναλαμβάνουν πρωτοβουλίες και πολλές φορές αποφεύγουν να ασχοληθούν με την επίλυση προβλημάτων ενώ οι εκπαιδευτικοί (άνδρες και γυναίκες) επιλέγουν ασκήσεις εύκολες και γνωστές στα παιδιά, περιορίζοντας τις απαιτήσεις. Επιπλέον, συχνά οι εκπαιδευτικοί (άνδρες και γυναίκες) δεν δίνουν την απαιτούμενη προσοχή στις προτάσεις των μαθητών και των μαθητριών χάνοντας έτσι την ευκαιρία αλληλεπίδρασης και συν-κατασκευής του μαθηματικού νοήματος στην τάξη (Σακονίδης, 2005).

Αποτέλεσμα αυτών των στάσεων και των πρακτικών απέναντι στο λάθος είναι η μηχανιστική απόκτηση της γνώσης με τη χρήση μορφολογικών στοιχείων ή υπολογιστικών τεχνικών (Καλδρυμίδου κ.ά., 2005). Στο παραπάνω συμβάλει και ο κατατεμαχισμός της ύλης με σκοπό την αποφυγή του λάθους γιατί εμποδίζει τα παιδιά να την εντάξουν σε ένα πλαίσιο, ενώ ταυτόχρονα δεν είναι σίγουρο ότι θα μπορέσουν να μεταφέρουν τη γνώση που απέκτησαν για να τη χρησιμοποιήσουν σε νέες καταστάσεις (Σφυρόερα, 2007).

Γίνεται επομένως φανερό από τα παραπάνω ότι εκείνο που απαιτείται είναι μια διαφορετική διαχείριση της επικοινωνίας και του λάθους στην τάξη των Μαθηματικών ώστε να οδηγηθούν τα παιδιά σε καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα.

Κατασκευαστικές θεωρίες μάθησης: διαχείριση επικοινωνίας και λάθους

Σημαντική βοήθεια προς τους/ τις εκπαιδευτικούς ως προς τις διδακτικές τους πρακτικές και τη διαμόρφωση κοινωνικοπολιτισμικών νορμών μέσα στην τάξη τους για τη διαχείριση της επικοινωνίας και του λάθους, αποτελούν οι κατασκευαστικές θεωρίες μάθησης. Οι σημαντικότεροι εκφραστές αυτών των θεωριών είναι ο Piaget και ο Vygotsky. Ο Piaget, όπως τονίζει ο Wood (1988: 5), θέτει τη δράση και την αυτοκαθοδηγούμενη επίλυση προβλήματος στην καρδιά της μάθησης και της ανάπτυξης. Σύμφωνα με τον Piaget (1951), τα παιδιά δομούν τη γνώση ενεργητικά, ενώ τα λάθη τους αντανακλούν την προσπάθειά τους να επιλύσουν προβλήματα με βάση το δικό τους, ανώριμο ακόμη τρόπο σκέψης. Έτσι, όπως τονίζει η Βαρνάβα-Σκούρα (1994, σ. 37) για τον Piaget το λάθος είναι μια ένδειξη της πορείας ανάπτυξης του παιδιού, μιας πορείας που δεν έχει ακόμη ολοκληρωθεί. Ο Vygotsky (1978), είναι κι αυτός ένθερμος υποστηρικτής της ενεργού συμμετοχής του μαθητή προς μια γνώση που δε μεταδίδεται παθητικά, αλλά κατακτάται από το μαθητή. Όπως αναφέρει ο Brewster (1997, σ. 3) ο Vygotsky αποδίδει μεγάλη σημασία στο ρόλο της καθοδήγησης, της επικοινωνίας και της γλώσσας στην ανάπτυξη της γνώσης. Για το Vygotsky (1978), η γνώση έχει κοινωνική διάσταση και αναπτύσσεται όταν οι άνθρωποι λειτουργούν μέσα στην κοινωνία, ανταλλάσσοντας γνώσεις, ιδέες κι εμπειρίες.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να προσφέρουν στους μαθητές τους ευκαιρίες να εμπλακούν ενεργητικά στην αναζήτηση της γνώσης, κάνοντας χρήση και των μέχρι τώρα εμπειριών τους (Κασσωτάκης & Φλουρής, 2013). Στο πλαίσιο αυτό η διδασκαλία πρέπει να αποτελεί μία πρόκληση για τα παιδιά, που να τα ωθεί στον πειραματισμό και την αναζήτηση απαντήσεων, τις οποίες θα συγκρίνουν με τις προηγούμενες γνώσεις τους αλλά και με τα ευρήματα των συμμαθητριών και συμμαθητών τους (Κολιάδης, 1999). Έτσι, ο ρόλος του/της εκπαιδευτικού καθίσταται διευκολυντικός και καθοδηγητικός, είναι αυτός/ή που γνωρίζει τις ικανότητες, τις ανάγκες και τις προϋπάρχουσες εμπειρίες και γνώσεις των παιδιών και δημιουργεί καταστάσεις μέσω των οποίων θα μάθουν μόνο τους. Ο ρόλος των παιδιών είναι ενεργητικός στην κατασκευή των γνωστικών τους δομών. Τα παιδιά κατά την εμπλοκή τους με τις καταστάσεις- προβλήματα που οργανώνονται από τον/την εκπαιδευτικό,

παρατηρούν προβληματίζονται, ρωτούν, εξηγούν, συγκρίνουν, ερμηνεύουν (Κασσωτάκης & Φλουρή, 2013; Κολιάδης, 1999).

Η Καφούση (1994) αναφέρει πως η Bell (1982), προσπαθώντας να ερμηνεύσει τα λάθη των μαθητών στα μαθηματικά στο πλαίσιο της κατασκευαστικής θεωρίας της μάθησης, τονίζει πως τα παιδιά προσπαθώντας να δώσουν νόημα στις νέες πληροφορίες ή σε αυτά που ανακαλύπτουν οδηγούνται σε αφομοίωση του νέου υλικού μέσα στις υπάρχουσες νοητικές δομές. Μερικές φορές αυτή η διαδικασία οδηγεί σε παραμόρφωση του καινούργιου υλικού και επομένως σε λανθασμένες γνωστικές δομήσεις, τις οποίες όμως τα παιδιά θεωρούν λειτουργικές και αποτελεσματικές μέσα στα μαθηματικά. Σύμφωνα με τον Κολιάδη (1999), οι λανθασμένες απαντήσεις των παιδιών, συχνά, έχουν νόημα για τους ίδιους και αντανακλούν τον τρόπο με τον οποίο αντιλαμβάνονται τη νέα πληροφορία. Γι' αυτό, η Σφυρόερα (2007) τονίζει, πως στο πλαίσιο των κατασκευαστικών θεωριών, το λάθος μπορεί να αντιμετωπιστεί όχι σαν στοιχείο που δυσχεραίνει τη μάθηση αλλά αντίθετα σαν ένα στοιχείο το οποίο θα μπορούσε τελικά να τη διευκολύνει. Τα παιδιά δεν θα μάθαιναν αν δεν έκαναν λάθη. Και αυτό, γιατί καθώς το λάθος συνειδητοποιείται από το παιδί, δημιουργεί μια μορφή προβληματικής κατάστασης που το οδηγεί σε ανισορροπία ή «γνωστική σύγκρουση», και κατά συνέπεια σε δράση και ανακάλυψη. Το παιδί καθώς έρχεται αντιμέτωπο με τα λάθη του συνειδητοποιεί ότι οι προϋπάρχουσες γνώσεις του δεν επαρκούν και προσπαθεί να οικοδομήσει νέες γνώσεις, αλλάζοντας ταυτόχρονα τις νοητικές του δομές και ανακαλύπτοντας νέες στρατηγικές. Έτσι, τα παιδιά μέσα από τα λάθη τους προχωρούν πέρα από αυτά που ήδη ξέρουν, και δομούν τη νέα γνώση (Καφούση, 1994). Σύμφωνα με τα παραπάνω, ο/η εκπαιδευτικός θα πρέπει να κατανοήσει πως τα λάθη των μαθητών και των μαθητριών του σπάνια είναι τυχαία, αλλά οφείλονται στις προϋπάρχουσες γνώσεις και αντιλήψεις τους, οι οποίες αποτελούν «εμπόδια» στην οικοδόμηση της νέας γνώσης. Στη συνέχεια θα πρέπει να εντοπίσει αυτά τα λάθη, να αναζητήσει κανονικότητες σε αυτά και λαμβάνοντας υπόψη το σημείο εκκίνησης των παιδιών, να οργανώσει μία διδασκαλία ωφέλιμη για αυτά. Μέσα σε ένα κλίμα εμπιστοσύνης, πειραματισμού, διερευνητικό και ανεκτικό στα λάθη, να επεξεργαστεί τα λάθη με τους μαθητές και τις μαθήτριες του για να τους/τις οδηγήσει σε μια διαδικασία ανακάλυψης και αυτοδιόρθωσης. Με τον τρόπο αυτό θα βοηθήσει τα παιδιά να αναπτύξουν μεταγνωστικές δεξιότητες, να «μάθουν πώς να μαθαίνουν» και να αναπτύξουν εσωτερικά κίνητρα μάθησης (Σφυρόερα, 2007).

Κατά συνέπεια, όπως τονίζεται και στον Οδηγό του Εκπαιδευτικού (2021) του νέου Αναλυτικού Προγράμματος των Μαθηματικών, οι «νόρμες» διαχείρισης του λάθους και της επικοινωνίας στην τάξη των Μαθηματικών μπορούν να λειτουργήσουν με τρόπο που να ενισχύσουν την ενεργή συμμετοχή και τη συνεργασία των παιδιών καθώς την ανάπτυξη της μαθηματικής τους σκέψης τους. Τα λάθη «οδηγούν σε νέες ερωτήσεις και απορίες» και δίνουν τη δυνατότητα στους/στις εκπαιδευτικούς να αντιληφθούν έννοιες που τα παιδιά δεν έχουν κατανοήσει, και να αποκτήσουν μια βαθύτερη γνώση των παρανοήσεων τους (Οδηγός του Εκπαιδευτικού, 2021, σ. 21). Έτσι, τους δίνεται η ευκαιρία να δώσουν έμφαση σε μια εννοιολογική κατανόηση μέσω συνδέσεων μαθηματικών εννοιών, διαφορετικών αναπαραστάσεων, σχέσεων σχημάτων κ.τ.λ.. Επίσης, η αναζήτηση των λαθών, η ανάπτυξη του μαθηματικού συλλογισμού από τα παιδιά καθώς και της μαθηματικής επιχειρηματολογίας θα τα βοηθήσει στην σταδιακή ανάπτυξη σωστών μαθηματικών συλλογισμών (Οδηγός του Εκπαιδευτικού: Μαθηματικά, 2011).

Πρακτική εφαρμογή: Αξιολόγηση διδασκαλιών των Μαθηματικών ως προς τη διαχείριση της επικοινωνίας και του λάθους

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιάσουμε την αξιολόγηση δύο διδασκαλιών στα Μαθηματικά. Η αξιολόγηση τους γίνεται στη βάση των δύο διαστάσεων που αναφέρονται στις κοινωνικο-πολιτισμικές νόρμες, δηλαδή α) το βαθμό εξουσίας που ασκούν οι εκπαιδευτικοί (γυναίκα και άνδρας) στις διδασκαλίες τους, προκειμένου να καθοδηγήσουν τη συζήτηση μέσα στη σχολική τάξη κατά τη διάρκεια της μαθηματικής δραστηριότητα, β) το

βαθμό στον οποίο αποδέχονται να αναλαμβάνουν τα παιδιά πρωτοβουλίες με κίνδυνο να κάνουν λάθη και πώς τα αντιμετωπίζουν όταν γίνονται (Καλδρυμίδου κ.ά., 2005). Βέβαια, όπως γίνεται φανερό και στη συνέχεια, τόσο η διαχείριση της επικοινωνίας και της αλληλεπίδρασης όσο και η διαχείριση του λάθους αποτελούν καθημερινές διδακτικές πρακτικές, οι οποίες δεν είναι ανεξάρτητες η μια από την άλλη, αλλά αλληλοεπιδρούν και βρίσκονται σε άμεση σύνδεση στη διάρκεια της διδασκαλίας των Μαθηματικών (Οδηγός Εκπαιδευτικού: Μαθηματικά, 2021).

Το εμπειρικό ερευνητικό υλικό της πρώτης διδασκαλίας προέρχεται από μια ευρύτερη έρευνα που αφορούσε στη μελέτη της υποχρεωτικής εκπαίδευσης (6-15) ως προς θέματα της διδασκαλίας των Μαθηματικών καθώς και της δυνατότητας εφαρμογής εναλλακτικών τρόπων διδασκαλίας των Μαθηματικών που έγινε το 2000 (Τζεκάκη, 2000; Καλδρυμίδου κ.ά., 2005). Αντίθετα το εμπειρικό ερευνητικό υλικό της δεύτερης διδασκαλίας προέρχεται από την έρευνα και την παρακολούθηση στις τάξεις των Μαθηματικών, που πραγματοποιεί η μια από τους συγγραφείς στο πλαίσιο της διδακτορικής της διατριβής και αφορά διδασκαλία που έχει υλοποιηθεί το 2022. Τα 22 χρόνια που χωρίζουν τις δυο διδασκαλίες αποτελούν μια μεγάλη χρονική περίοδο, κάτι που παρακινεί το ενδιαφέρον να δούμε αν και κατά πόσο έχουν αλλάξει οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών όσον αφορά τα δύο προς μελέτη θέματα. Και αυτό διότι, πέραν του γεγονότος ότι μιλάμε στην πραγματικότητα για διαφορετικές γενιές εκπαιδευτικών, κατά τη διάρκεια αυτής της εικοσαετίας έχουν λάβει χώρα σημαντικές αλλαγές, όπως είναι η εισαγωγή των προγραμμάτων σπουδών ΑΠΣ- ΔΕΠΠΣ (2003) καθώς και μια σειρά επιμορφώσεις από τους αρμόδιους φορείς. Έχοντας μπροστά μας την εισαγωγή ενός νέου αναλυτικού προγράμματος, το οποίο ήδη εφαρμόζεται πιλοτικά στα Πρότυπα και Πειραματικά σχολεία, είναι σημαντικό να ξέρουμε, αν οι εκπαιδευτικοί της τάξης είναι έτοιμοι να το υιοθετήσουν ή αν θα συνεχίσουν να λειτουργούν με τις δικές τους, τυχόν παραδοσιακές αντιλήψεις, κάτι το οποίο θα επηρέαζε σημαντικά την επιτυχία του εγχειρήματος

Η αξιολόγηση της πρώτης διδασκαλίας

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται η αξιολόγηση της πρώτης διδασκαλίας Μαθηματικών αρχικά ως προς την αποτελεσματικότητα της αλληλεπίδρασης και της επικοινωνίας και κατόπιν ως προς τη διαχείριση του λάθους που κάνουν τα παιδιά. Το πρώτο τμήμα της διδασκαλίας αφορά στην έννοια της αλγεβρικής κλασματικής παράστασης ενώ το δεύτερο στον τρόπο επίλυσης δευτεροβάθμιας εξίσωσης.

Ο βαθμός παραχώρησης της εξουσίας από τους εκπαιδευτικούς στους μαθητές και τις μαθήτριες κατά τη διάρκεια διαπραγμάτευσης ενός μαθηματικού θέματος θεωρείται σημαντικός, διότι αφορά στην παροχή ίσων ευκαιριών στο πλαίσιο μιας συνεργατικής μάθησης αλλά κυρίως της ανάπτυξη μιας διανοητικής αυτονομίας που θα επιτρέψει τους μαθητές και τις μαθήτριες να αναλάβουν οι ίδιοι την κατασκευή των μαθηματικών νοημάτων (Σακονίδης, 2005). Οι Καλδρυμίδου κ.ά. (2008) προσεγγίζοντας τους Yackel (2001) και Steinbring (1998), τονίζουν ότι οι μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες δεν μαθαίνονται απλά και εφαρμόζονται από τους μαθητές αλλά κατασκευάζονται, γίνονται αποδεκτές ή διαπραγματεύονται μέσα στην τάξη (Voigt, 1994, στο Καλδρυμίδου κ.ά., 2008).

Μελετώντας τη διδασκαλία της εκπαιδευτικού, μέσα από τα απομαγνητοφωνημένα αποσπάσματα, με στόχο τη διερεύνηση του βαθμού ελευθερίας που παραχωρεί στα παιδιά, μπορούμε να παρατηρήσουμε τα εξής: Η εκπαιδευτικός χρησιμοποιεί η ίδια το μεγαλύτερο μέρος του διδακτικού χρόνου, αφήνοντας στα παιδιά μόνο ένα μικρό μέρος αυτού. Τα παιδιά παίρνουν το λόγο μόνο όταν τους τον δίνει η ίδια η εκπαιδευτικός, όπως φαίνεται, για παράδειγμα, από τους παρακάτω στίχους.

2. *.Καθ.: Και τι θα πει κλασματική αλγεβρική παράσταση; Να μας πει η Άγκη.*
3. *Άγκη: Είναι μια παράσταση που έχει παρονομαστή μεταβλητή.*

4. Καθ.: Πολύ ωραία, είναι μια παράσταση που έχει παρονομαστή μεταβλητή. Έτσι; Να σηκωθεί τώρα η Αλεξία να μας γράψει μια τέτοια κλασματική αριθμητική παράσταση και να μου πει η Αφροδίτη τι ακριβώς είχαμε. [Η Αφροδίτη γράφει $1/x$]

5. Καθ.: Ωραία, $3/x$. Το x είναι μεταβλητή Χάρη;

Τα προς διαπραγμάτευση θέματα τίθενται πάντα από την εκπαιδευτικό, μια που είναι η μόνη που θέτει ερωτήσεις. Μάλιστα, όπως τονίζουν οι Edwards & Mercer (1987, σ. 190), οι ερωτήσεις αυτές δεν είναι πραγματικές ερωτήσεις, καθώς δε γίνονται για να μάθει αυτός που ρωτάει κάτι που δεν ξέρει. Αντίθετα, είναι ερωτήσεις οι οποίες υπηρετούν το παραδοσιακό μοντέλο Ερώτηση- Απάντηση- Ανατροφοδότηση, χαρακτηριστικό μιας μιχεβιοριστικής αντίληψης για τη διδασκαλία, μέσω του οποίου η εκπαιδευτικός ασκεί έλεγχο τόσο στο περιεχόμενο της μάθησης, όσο στον τρόπο με τον οποίο αυτή θα περάσει στους μαθητές και τις μαθήτριες. Η εκπαιδευτικός, λοιπόν, δεν ενθαρρύνει τους μαθητές και τις μαθήτριες της να κάνουν ερωτήσεις και να ζητούν διευκρινήσεις, αλλά τους περιορίζει στο να απαντούν μόνο. Οι ερωτήσεις της είναι ερωτήσεις ελέγχου, κλειστές και όχι διερευνητικές (π.χ. όπως φαίνεται παραπάνω στον στίχο 5). Με τον τρόπο αυτό δεν δίνει τη δυνατότητα στα παιδιά να διατυπώσουν τη μαθηματική τους σκέψη και να καλλιεργήσουν το μαθηματικό λόγο τους. Διατυπώνει συνήθως τη φράση που θέλει και αφήνει μόνο ένα κενό για συμπλήρωση στα παιδιά, όπως φαίνεται στον στίχο 61:

61: «Καθ.: Έτσι μπράβο, γιατί η διαίρεση με το 0 τι είναι;»,

σαν να μην εμπιστεύεται τους μαθητές και τις μαθήτριες της ότι θα απαντήσουν σωστά. Επιπλέον, καθοδηγεί τη συζήτηση βήμα προς βήμα με τη χρήση ερωτήσεων και οδηγιών κατευθύνοντας την εκεί που η ίδια θέλει. Στη συγκεκριμένη διδασκαλία επιθυμεί τα παιδιά να λύσουν την εξίσωση $x^2-1=0$ χρησιμοποιώντας παραγοντοποίηση και όχι ρίζες. Έτσι προσπαθεί να τα αποτρέψει από τη χρήση ριζών καθοδηγώντας τα ασφικτικά, όπως φαίνεται στους στίχους: 31,33,37,41.

31. Καθ.: Ένας τρόπος είναι αυτός. Είμαστε σίγουροι ότι δεν θα χάσουμε εδώ ρίζες;; Στον παρονομαστή;... και μετά τι θα πούμε;

33. Καθ.: Ρίζα ένα επί ένα, άρα θα βγάλουμε το 1. Το -1 πώς θα το βγάλουμε;

37. Καθ.: Συν, όχι. Θα αλλάξει η παρενθεση. Το x^2-1 είναι x^2-1^2 . Σας θυμίζει τίποτε αυτή η παράσταση;

41. Καθ.: Γρήγορα Αλέξη,.. $x+1=0$. Και τι έχω τώρα Γιώτα; Έχω γινόμενο δυο αριθμών, έτσι δεν είναι;; δυο παραστάσεων μέσα σε παρενθέσεις που είναι 0. Τι συμπέρασμα βγάζουμε;

Όπως προκύπτει από την παραπάνω συνομιλία, η εκπαιδευτικός δεν αφήνει τα παιδιά να πειραματιστούν, δοκιμάζοντας το δικό τους μαθηματικό συλλογισμό. Έτσι, στο παραπάνω απόσπασμα τα αποτρέπει από τη χρήση ριζών, ενώ όπως φαίνεται από τους στίχους 57 έως 60 που ακολουθούν, αποτρέπει τα παιδιά από το να πειραματιστούν με τον τρόπο λύσης που προτείνει ένας συμμαθητής τους για την επίλυση της εξίσωσης $(x+1)^5=0$.

57. Μιχάλης: Όχι, αλλά μπορούμε να κάνουμε και το $(x+1)^2$ επί $(x+1)^3$

58. Καθ.: Μάλιστα και μετά;

59. Μιχάλης: Μετά;

60. Καθ.: Πάντα όταν κάνουμε κάτι πρέπει να έχουμε και έναν σκοπό, δηλαδή να μη βλέπουμε βραχυπρόθεσμα αλλά μακροπρόθεσμα. Εντάξει, το εφαρμόσαμε.. τι καλά,.. μετά τι θα κάνουμε; Ποιος μπορεί να μας βοηθήσει; Θέλουμε απλές εξισώσεις, Δε μάθαμε πιο δύσκολες.

Συνεχίζοντας τη δασκαλοκεντρική διδασκαλία, η ίδια η εκπαιδευτικός παρουσιάζει τη λύση και διατυπώνει τα συμπεράσματα στα οποία έπρεπε να είχαν οδηγηθεί τα παιδιά, όπως φαίνεται στους στίχους 86-90. Στους στίχους αυτούς είναι εμφανής ο φόβος της να δοθεί λάθος απάντηση, να χαθεί λύση, όπως λέει κάτι που θα συνέβαινε αν τα παιδιά δεν συμπεριλάμβαναν ως x το -2. Για να αποκλείσει, λοιπόν την λάθος απάντηση, επιλέγει να κατευθύνει αυτή τη διαδικασία.

86. Καθ.: Θετικά, άρα τι βάζαμε τότε; Απλό ρίζα 4. Εδώ δε χρειάζεται απλό ρίζα 4, θέλει $\pm\sqrt{4}$. Δηλαδή από εδώ τι συνεπάγεται; $\chi=\pm 2$. Γιατί το χ παίρνει και την τιμή -2 και την τιμή +2. Αν θέσετε στην αρχική ή σε αυτήν όπου χ το 2, επαληθεύεται αυτή η εξίσωση;
87. Μαθητές: Ναι.
88. Καθ.: Επαληθεύεται, άρα το $\chi=2$ είναι λύση. Αλλά και εάν θέσουμε όπου χ το -2 πάλι επαληθεύεται;
89. Μαθητές: Ναι.
90. Καθ.: Και πάλι επαληθεύεται. Άρα δεν πρέπει να χάσουμε λύση. Πρέπει να θέσουμε $\pm\sqrt{4}$.. Κώστα;
- Τέλος, φαίνεται να μην δίνει ιδιαίτερη σημασία στο τι λένε τα παιδιά αν αυτό δεν ταιριάζει στη δική της σκέψη.
29. Καθ.: Γράψε Βαγγελάκη, άρα ο ασφαλής τρόπος είναι ο εξής: λύνω την μικρή αυτή εξίσωση . Πώς λύνω τέτοιες εξισώσεις;
30. Βαγγ.: $\alpha^2-1=0 \Rightarrow \alpha^2=1$.
31. Καθ.: Ένας τρόπος είναι αυτός. Είμαστε σίγουροι ότι δεν θα χάσουμε εδώ ρίζες;; Στον παρονομαστή;... και μετά τι θα πούμε;
32. Βαγγ.: Θα πούμε $\alpha=0$;;
33. Καθ.: Ρίζα ένα επί ένα, άρα θα βγάλουμε το 1. Το -1 πως θα το βγάλουμε;
- Όσον αφορά στη διαχείριση του λάθους, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, αυτή βρίσκεται σε άμεση σχέση με τη διαχείριση της επικοινωνίας και της αλληλεπίδρασης στην τάξη. Ο ψηλός βαθμός εξουσίας που ασκεί η εκπαιδευτικός και ο μικρός βαθμός ελευθερίας που παρέχεται στα παιδιά για διερεύνηση, πειραματισμό και συζήτηση συνδέονται άμεσα με το βαθμό στον οποίο η εκπαιδευτικός αποδέχεται τα παιδιά να αναλαμβάνουν πρωτοβουλίες με κίνδυνο να κάνουν λάθη (Καλδρυμίδου κ.ά., 2005). Κατά συνέπεια είναι περιορισμένα τα επιπλέον σημεία της διδασκαλίας που μπορούν εδώ να παρουσιαστούν. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω παρατηρείται μία έντονη τάση της εκπαιδευτικού να προειδοποιεί:
84. Καθ.: Μπράβο, χ ίσον ρίζα 4. Προσέξτε παιδιά. Έτσι λέγαμε μέχρι πέρυσι. Γιατί όταν μάθαμε να λύνουμε τέτοιες εξισώσεις το χ ήταν ευθύγραμμο τμήμα. Το μάθαμε αν θυμάστε στο Πυθαγόρειο Θεώρημα. Και τα ευθύγραμμο τμήματα τότε ήταν πάντα;
90. Καθ.: Και πάλι επαληθεύεται. Άρα δεν πρέπει να χάσουμε λύση. Πρέπει να θέσουμε $\pm\sqrt{4}$.. Κώστα;
91. Καθ.: Πρόσεξε!! Ποια χ θα φύγουν.. αυτά τα χ πολλαπλασιάζονται,.. προτεραιότητα πράξεων... πρώτα κάνουμε πολλαπλασιασμό και να παρέχει σαφείς διαδικαστικές οδηγίες με στόχο την αποφυγή λαθών:
39. Καθ.: Διαφορά τετραγώνου, για να σθήσουμε το α^2-1 , και να κρατήσουμε μόνο τον επάνω και να τον παραγοντοποιήσουμε. Λέγε μας Ολυμπία, α^2 ..., Άρχισε την παραγοντοποίηση, διαφορά τετραγώνου.
41. Καθ.: Γρήγορα Αλέξη,.. $\alpha+1=0$. Και τι έχω τώρα Γιώτα; Έχω γινόμενο δυο αριθμών, έτσι δεν είναι, δυο παραστάσεων μέσα σε παρενθέσεις που είναι 0. Τι συμπέρασμα βγάζουμε;
74. Καθ.: Έτσι μπράβο, θα κάνουμε παραγοντοποίηση στο πρώτο μέλος, και τι θα έχουμε Μαργαρίτα; Άρα τι θα γίνει το πρώτο μέλος; Βγάζουμε κοινό παράγοντα το χ και τι θα έχουμε μέσα Χάρη;
79. Καθ.: Α! Μπράβο. Και από εδώ τι θα έχουμε; χ^2-2^2 ίσον με το 0. Και από εδώ τι γράφουμε; Διαφορά τετραγώνου, δηλαδή $(\chi+2)(\chi-2)=0$. Και τώρα έχουμε ένα γινόμενο που είναι 0. Άρα για να είναι 0 τι πρέπει να συμβαίνει;
- Να αγνοεί μερικές φορές τα λάθη των μαθητών:
32. Βαγγ.: Θα πούμε $\alpha=0$??
33. Καθ.: Ρίζα ένα επί ένα. άρα θα βγάλουμε το 1. Το -1 πως θα το βγάλουμε;
- Επίσης, να κρίνει τις διαδικασίες επίλυσης που προτείνουν οι μαθητές και οι μαθήτριες μόνο ως σωστές ή λάθος, επιβραβεύοντας τις σωστές και απορρίπτοντας αυτές που θεωρεί

επικίνδυνες δίνοντας διαδικαστικές εξηγήσεις που συχνά δεν έχουν μαθηματική αξία, όπως γίνεται ιδιαίτερα φανερό στο στίχο 98.

72. Καθ.: Εσύ λες να κάνουμε χωρισμό; Δε γίνεται γιατί άγνωστος είναι και ο ένας όρος, άγνωστος είναι και ο άλλος. Είπε ο Γιώργος τη γνώμη του. Άλλος;
77. Καθ.: Α! Για πρόσεξε λίγο Γιώργο! Μήπως θέλεις να πεις κάτι άλλο; Δεν είναι ανάπτυγμα τέλειου τετραγώνου.
98. Καθ.: Μα έχεις ρίζα! Απαγορεύεται! Εντάξει; Χάνεις ρίζα. Μην κάνετε τέτοιες απλοποιήσεις γιατί χάνετε ρίζα. Καταλάβατε τι είπε ο Κώστας; $\chi^2=2\chi$, φεύγει λέει το ένα χ με το χ , χάνει όμως έτσι τη ρίζα. Εντάξει; Όταν όμως βγάζουμε κοινό παράγοντα Δε χάνουμε τη ρίζα. $\chi=0,ε$; βγαίνει το $\chi=0$. Να μην κάνετε αυτές τις απλοποιήσεις, γιατί χάνουμε μια ρίζα ξανά...για λίγο να ασχοληθούμε με αυτές τις τρεις μορφές. Εδώ είναι ολοκληρωμένη η εξίσωση. Υπάρχει και ο δευτεροβάθμιος όρος και ο πρωτοβάθμιος και ο σταθερός. Εδώ ποιος όρος λείπει; Για να μου πει κάποιος. Ποιος όρος; Χριστίνα;

Η αξιολόγηση της δεύτερης διδασκαλίας

Στη συνέχεια παρουσιάζονται και αξιολογούνται αποσπάσματα από τη δεύτερη διδασκαλία, στην οποία ο εκπαιδευτικός διαπραγματεύεται με τα παιδιά την επίλυση εξισώσεων με το σχήμα Horner, στα Μαθηματικά γενικής της Β' Λυκείου.

Όπως φαίνεται και στα παρακάτω αποσπάσματα ο εκπαιδευτικός παρέχει ιδιαίτερα μικρό βαθμό ελευθερίας στα παιδιά, τα οποία παίρνουν το λόγο μόνο όταν τους τον δίνει. Χρησιμοποιεί ο ίδιος σχεδόν όλο το χρόνο της διδασκαλίας παρέχοντας στα παιδιά χρόνο μόνο για διατύπωση αποριών ή μονολεκτικών απαντήσεων. Καθοδηγεί στενά το μάθημα, και ως ο βασικός του αρχιτέκτονας παρουσιάζει τα μαθηματικά έργα πάνω στα οποία θα εργαστούν καθώς όμως και τις λύσεις τους. Στη συνέχεια γράφει τις λύσεις των μαθηματικών έργων στον πίνακα και τα παιδιά αντιγράφουν. Οι ερωτήσεις του προς τα παιδιά είναι ρητορικές ή κλειστές ή πολύ απλές, όπως για παράδειγμα ποιοι είναι οι διαιρέτες του σταθερού ακέραιου όρου. Από την άλλη πλευρά τα ίδια τα παιδιά εκφράζουν απορίες που εστιάζουν κυρίως στο τι γράφει στον πίνακα.

- 12 Χαράλαμπος: διαβάζει την άσκηση: $1/10 X^3 + 1/2 X^2 + 1/5 X - 4/5 = 0$.
- 13 Καθ: Θέλουμε να εφαρμόσουμε το θεώρημα ακεραίων ριζών. Δεν μπορούμε να το εφαρμόσουμε, γιατί οι συντελεστές είναι κλάσματα, άρα κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών. (πολλαπλασιάζει όλους τους όρους με το 10). Τι σβήνεις; (συνεχίζει μόνος του), 1,5,2,2. Τι έχεις; $\chi^3 + 5\chi^2 + 2\chi - 8 = 0$. Ήρθε στην κανονική μορφή. Η διερεύνηση του 8 Νικολέτα; (της δίνει το λόγο χωρίς να σηκώσει η ίδια χέρι).
- 14 Νικολέτα: -, + 1, -, + 2, + - 4, -, +8.
- 15 Ωραία. Τέλεια. Για $\chi=1$, ένα εις την τρίτη, σε ακούω Δήμητρα.

- 25 Καθ: (Κάνει ο ίδιος το Horner στον πίνακα). 1, 5, 2 -8 (Συνεχίζει και ολοκληρώνει το Horner). Νικολέτα συμπέρασμα. Άρα; Συμπέρασμα; Το αρχικό του;
- 26 Νικολέτα: εε..χ στο τετράγωνο (τη διακόπτει)
- 27 Καθ: το αρχικό του; X^3
- 28 Νικολέτα: $\chi^3 + 5\chi^2 + 2\chi - 8 =$
- 29 Καθ: ο διαιρέτης;
- 30 Νικολέτα: $\chi - 1$
- 31 Καθ: επί το πηλίκο
- 32 Νικολέτα: $\chi^2 + 6\chi + 8$
- 33 Καθ. Η εξίσωση $\chi^3 + 5\chi^2 + 2\chi - 8 = (\chi - 1)(\chi^2 + 6\chi + 8) = 0$ μας δίνει ή το ένα μηδέν ή το άλλο μηδέν, $\chi=1$ ή $\chi^2 + 6\chi + 8 = 0$, με Διακρίνουσα $\chi = -2$ ή $\chi = -4$. Το καταλάβατε;

53 Νίκος: άρα $P(-2)$ θα είναι μηδέν.

54 4Καθ.: όχι το $P(-2)$. Το $P(2)$ θα είναι μηδέν. Ένας τρόπος επίλυσης είναι να πάρω αυτές τις δύο συνθήκες $P(-1)=0$ και $P(2)=0$, να λύσω το σύστημα των α και β και να τα βρω. Στη συνέχεια μου ζητάει να λύσω και την εξίσωση $P(x)=0$, να αντικαταστήσω τα α και β Νίκο και να επαναλάβω ξανά τη διαδικασία με Horner, για το $x+1$ και το $x-2$ στο πηλίκο και να κάνω την παραγοντοποίησή μου. Ένας δεύτερος τρόπος επίλυσης να δουλέψω με α και β κατευθείαν και να έχω έτοιμη παραγοντοποίηση, λύνοντας το σύστημα που θα προκύψει. Θα το κάνουμε με αυτό τον τρόπο (λύνει την άσκηση στον πίνακα, τα παιδιά παρακολουθούν). Το καταλάβατε;(τα παιδιά γράφουν στα τετράδιά τους).

Όπως φαίνεται από τα παραπάνω αποσπάσματα, ο εκπαιδευτικός διαχειρίζεται την επικοινωνία και το λάθος με παρόμοιο τρόπο με τη συνάδελφό του, είκοσι χρόνια πριν. Και αυτός, όπως κι εκείνη, κρατά για τον εαυτό του έναν υψηλό βαθμός εξουσίας παρέχοντας στα παιδιά μικρό βαθμό ελευθερίας. Χρησιμοποιεί την ερώτηση με τον ίδιο τρόπο (ερώτηση-απάντηση- ανατροφοδότηση), με σκοπό τον έλεγχο της πορείας της διδασκαλίας και διακόπτει τη μαθήτριά μόλις αυτή κάνει λάθος (στίχος 2-27), χωρίς να ερευνήσει αν αυτό είναι λάθος κατανόησης ή απλά ένα φραστικό λάθος. Γίνεται, λοιπόν εμφανές ότι για το συγκεκριμένο εκπαιδευτικό το λάθος είναι κάτι το οποίο πρέπει να αποφεύγεται και, στην περίπτωση που προκύψει, πρέπει να διορθώνεται αμέσως από το διδάσκοντα. Δεν είναι τυχαίο ότι σε μια τέτοιου τύπου διδασκαλία τα λάθη των παιδιών είναι ελάχιστα, αφού από τη μια διστάζουν να αναλάβουν πρωτοβουλίες, ενώ από την άλλη το μοτίβο επικοινωνίας είναι τέτοιο που τους μετατρέπει σε παθητικούς θεατές οι οποίοι απαντούν στις κλειστού τύπου ερωτήσεις του διδάσκοντα. Μια τέτοια διαχείριση, όμως, δεν ενθαρρύνει τα παιδιά να πειραματιστούν, να δοκιμάσουν, να διερευνήσουν, να σκεφτούν μόνα τους με ποιον ή με ποιους τρόπους μπορούν να εργαστούν πάνω στα μαθηματικά έργα που τους δίνονται. Οι μαθητές, έτσι, στερούνται τη δυνατότητα να επιχειρηματολογήσουν για τον τρόπο που θα επιλέξουν, να ακούσουν με προσοχή τα επιχειρήματα των συμμαθητών και συμμαθητριών τους για τους δικούς τους τρόπους και τις δικές τους σκέψεις και έτσι να αναπτυχθεί μέσα στην τάξη ένας μαθηματικός διάλογος.

Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία παρουσιάσαμε τη διαχείριση του λάθους στο πλαίσιο δύο θεωριών μάθησης, των συμπεριφοριστικών και των κατασκευαστικών και στη συνέχεια αξιολογήσαμε δυο διδασκαλίες, ως προς την αλληλεπίδραση και τη διαχείριση του λάθους.

Όπως έχει προκύψει από την αξιολόγηση τους, αν και οι διδασκαλίες έχουν υλοποιηθεί με 22 χρόνια διαφορά, οι κοινωνικοπολιτισμικές νόρμες ως προς τα εξέταση θέματα δεν έχουν αλλάξει στις τάξεις των Μαθηματικών. Οι καθημερινές διδακτικές πρακτικές εξακολουθούν να είναι ιδιαίτερα επηρεασμένες από τις συμπεριφοριστικές θεωρίες μάθησης. Οι εκπαιδευτικοί (άνδρες και γυναίκες) συνεχίζουν να θεωρούν πως η μάθηση των Μαθηματικών μπορεί να επιτευχθεί με τη μεταφορά γνώσεων από το δάσκαλο στο μαθητή. Σύμφωνα με την αντίληψη αυτή, το μυαλό των παιδιών είναι ένα μαύρο κουτί, το οποίο μπορούν να γεμίσουν με μαθηματικές γνώσεις (Bigge & Shermis, 2004/2009). Έτσι, το λάθος αντιμετωπίζεται ως πρόβλημα, ως δυσλειτουργία και ως αποτέλεσμα της άγνοιας και της αβεβαιότητας των παιδιών (Κολέζα, 2009) και όχι ως αποτέλεσμα συνειδητής επιλογής ως απόρροια της λανθασμένης γενίκευσης ενός κανόνα, για παράδειγμα. Η αντίληψη αυτή οδηγεί και τους δύο εκπαιδευτικούς της εργασίας μας, να αποφεύγουν την ουσιαστική εμπλοκή των παιδιών στη μαθηματική διερεύνηση και τον πειραματισμό, με συστηματική καθοδήγηση, διαδικαστικές οδηγίες, ρητορικές και κλειστές ερωτήσεις και τέλος με παρουσίαση των μαθηματικών λύσεων από τους/τις ίδιους/ες στα παιδιά. Επιπλέον, όταν τα παιδιά κάνουν λάθη είτε αυτά αγνοούνται (Σφυρόερα, 2007) είτε οι απαντήσεις των παιδιών

χαρακτηρίζονται ως σωστές ή λάθος χωρίς καμία μαθηματική συζήτηση πάνω σε αυτές. Με τον τρόπο αυτό, αυξάνεται η έλλειψη εμπιστοσύνης των παιδιών στις μαθηματικές τους ικανότητες και ενισχύεται η μαθηματικοφοβία (Οδηγός Εκπαιδευτικού: Μαθηματικά, 2021).

Αυτό που θα μπορούσε να γίνει είναι να αντιμετωπίσουν οι εκπαιδευτικοί τις λανθασμένες απαντήσεις των παιδιών σαν μια ευκαιρία για την ανάπτυξη μαθηματικών συζητήσεων στη σχολική τάξη τους, σαν μια ευκαιρία για μάθηση. Μέσα από κατάλληλες διδακτικές ερωτήσεις θα μπορούσαν να οδηγήσουν τα παιδιά σε μαθηματικές συζητήσεις, όπου θα είχαν την ευκαιρία να ακούσουν τα επιχειρήματα των συμμαθητών και των συμμαθητριών τους, να αναπτύξουν τα δικά τους επιχειρήματα και να αιτιολογήσουν τις σκέψεις και τις απαντήσεις τους. Δίνοντας στα παιδιά τη δυνατότητα να επεξηγήσουν μια διαδικασία που σκέφτηκαν ή έναν υπολογισμό, μια και οι διδασκαλίες τους, αφορούσαν κυρίως διαδικασίες (επίλυση εξισώσεων, περιορισμούς σε ρητές παραστάσεις, σχήμα Horner), θα μπορούσαν να βοηθήσουν τα παιδιά σε μια βαθύτερη κατανόηση μαθηματικών εννοιών (όπως για παράδειγμα τη διαίρεση με το μηδέν). Όπως, άλλωστε, επισημαίνουν οι Perkkilä & Aarnos (2007), η διδασκαλία των Μαθηματικών δεν θα πρέπει να αποτελεί μετάδοση σταθερών και αμετάβλητων αληθειών από τον/την εκπαιδευτικό στα παιδιά, αλλά αντίθετα μια ευκαιρία για τα παιδιά, να κατασκευάσουν μόνα τους τα δικά τους μαθηματικά νοήματα μιλώντας, εξηγώντας και παρουσιάζοντας τις μαθηματικές τους σκέψεις. Κατά συνέπεια για τη μάθηση των Μαθηματικών είναι απαραίτητη η αλληλεπίδραση των παιδιών τόσο μεταξύ τους όσο και με τον/την εκπαιδευτικό, ώστε να μπορούν να προχωρήσουν στηριζόμενα στον προβληματισμό και τις σκέψεις που διατυπώνονται μέσα στην τάξη (Ball, 1993). Ο Krummheuer (2007) τονίζει ότι η αλληλεπίδραση και η επιχειρηματολογία στην τάξη των Μαθηματικών αποτελεί προϋπόθεση για τη μάθηση των Μαθηματικών γιατί δίνει τη δυνατότητα να αμφισβητηθούν οι έννοιες και να αναπτυχθούν. Τέλος, όταν τα παιδιά παροτρύνονται να πειραματιστούν και ενθαρρύνονται για μια ενεργή εμπλοκή στη μάθηση καλλιεργούν θετικές στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά (Οδηγός Εκπαιδευτικού: Μαθηματικά, 2011).

Ολοκληρώνοντας, είναι σημαντικό να παρατηρήσουμε ότι η παρούσα εργασία διαπιστώνει για μια ακόμη φορά την ανθεκτικότητα των συμπεριφοριστικών διδακτικών πρακτικών στο χρόνο, παρόλο που το δείγμα της δεν επιτρέπει γενικεύσεις. Γι' αυτό θα ήταν πολύ χρήσιμο να υπάρξει μια ευρύτερη έρευνα, με χαρακτηριστικά που θα επιτρέπουν τη γενίκευση των συμπερασμάτων. Κάτι τέτοιο θα διαπίστωνε σε μεγάλο βαθμό την αποτελεσματικότητα των διαφόρων προγραμμάτων επιμόρφωσης που λαμβάνουν χώρα κατά καιρούς, όπως επίσης και την πιθανότητα επιτυχίας καινοτομιών, όπως το νέο αναλυτικό πρόγραμμα για τα μαθηματικά, όταν οι αντιλήψεις και οι διδακτικές πρακτικές παραμένουν προσκολλημένες σε απαρχαιωμένες θεωρίες μάθησης.

Αναφορές

Ball, D L. (1993). With an eye on the mathematical horizon: Dilemmas of teaching elementary school mathematics. *Elementary School Journal*, 93(4), 373-397.

Bigge, L. M. & Shermis, S. S. (2009). *Θεωρίες μάθησης για Εκπαιδευτικούς* (Φ. Αρβανίτης μτφρ.). Αθήνα: Πατάκης. (πρωτότυπη έκδοση 2004).

Bower, J. (2000). Postscript: integrating themes on discourse and design. In P. Cobb, E. Yackel & K. McClain (eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms. perspectives on discourse, tools and instructional design*. Erlbaum: Mahwah.

Brewster, J. (1997). 'What is good primary practice?'. In Brumfit, C., Moon, J., & Tongue, R. (eds) *Teaching english to children: From practice to principle*. Harlow: Longman.

Edwards, D. & Mercer, N. (1987). Edited version of chapter 7 of common knowledge: The development of understanding in the classroom By D. Edwards and N. Mercer. London: Methuen & Co. (Routledge) In in Stierer, B & J. Maybin (1994) (eds) *Language , literacy and learning in educational practice*. Clevedon: Multilingual Matters

Krummheuer, G. (2007). Argumentation and participation in the primary mathematics classroom: Two episodes and related theoretical abductions. *Journal of Mathematical Behavior*, 26(1), 60–82. doi: 10.1016/j.jmathb.2007.02.001

Littlejohn, A., and Windeatt, S. (1989). 'Beyond language leaning: perspectives on materials design' in Johnson, R. K. (ed), *The second language curriculum*. Cambridge: Cambridge University Press.

Perkkilä, P., & Aarnos, P. (2007). Children's talk about mathematics and mathematical talk. In D. P. Pantazi & G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 5)* (pp. 1270-1279). Larnaca, Cyprus.

Piaget, J. (1951). *Play, Dreams and imitation*. New York: Norton.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society*. London: Harvard University Press.

Wood, D. (1988). *How children think and learn*. Oxford: Blackwell.

Βαρνάβα-Σκούρα, Τ. (1994). *Θέματα γνωστικής ανάπτυξης, μάθησης και αξιολόγησης: με κείμενα των Ζαν Πιαζέ, Τζερόμ Μπρούνερ*. Αθήνα: Παπαζήσης

Βοσνιάδου, Σ. (2000). *Η ψυχολογία των μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg.

Καλδρυμίδου, Μ., Τζεκάκη, Μ. & Σακονίδης, Χ. (2005). Η διαχείριση των μαθηματικών νοημάτων στη σχολική τάξη. Στο Μ. Κούρκουλος, Κ. Τζανάκης, Γ. Τρούλης (Επιμ.), *Πρακτικά 4ης Διεθνούς Διημερίδας Διδακτικής Μαθηματικών. Πανεπιστήμιο Κρήτης, Π.Τ.Δ.Ε.* Ρέθυμνο.

Κασσωτάκης, Μ. & Φλουρής, Γ. (2013). *Μάθηση και διδασκαλία*. Αθήνα: Γρηγόρης.

Κολέζα, Ε. (2009). *Θεωρία και πράξη στη διδασκαλία των μαθηματικών*. Αθήνα: Τόπος.

Οδηγός Εκπαιδευτικού: Μαθηματικά (2021). Προγράμματα Σπουδών. Αθήνα: Ι.Ε.Π..

Σακονίδης, Χ. (2005). *Διδάσκοντας Μαθηματικά στο Γυμνάσιο. Προτάσεις για την αξιοποίηση του διδακτικού υλικού. Πρόγραμμα εκπαίδευσης μουσουλμανοπαίδων 2005-2007. ΕΠΕΑΚ ΙΙ ΜΕΤΡΟ 1.1 ΕΝΕΡΓΕΙΑ 1.1.1. ΦΟΡΕΑΣ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ: ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ/ΕΛΚΕ*.

Σφυρόρα, Μ. (2007). *Το λάθος ως εργαλείο μάθησης και διδασκαλίας*. Αθήνα: ΥΠΕΠΘ, Πανεπιστήμιο Αθηνών.

Τζεκάκη, Μ. (2000) (επιμ.). *Εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις για την διδασκαλία των Μαθηματικών*. Θεσσαλονίκη: Αυτοέκδοση.