

## Τα μαθηματικά των νηπίων -παραλλαγές του πειράματος διατήρησης του Piaget

Στεφανίδου Φανή

Φοιτήτρια Παιδαγωγικού τμήματος Νηπιαγωγών

fanoulastefanidou@gmail.com

### Περίληψη

Στην παρούσα ερευνητική εργασία προσεγγίζεται μια επανάληψη με παραλλαγές του πειράματος διατήρησης του Piaget. Σκοπός της έρευνας είναι η βιωματική προσέγγιση με τη μέθοδο του πειραματισμού προκειμένου να απαντηθούν τα ερευνητικά ερωτήματα. Μεθοδολογικά οι διεργασίες έγιναν με δειγματοληψία μεταξύ μελέτης περίπτωσης, μέσω ποιοτικής και ποσοτικής ανάλυσης με τη μέθοδο του πειράματος. Το δείγμα της έρευνας αποτέλεσαν 3 μαθητές νηπιαγωγείου ηλικίας 5-6 ετών. Ο σχεδιασμός, η υλοποίηση και τα αποτελέσματα ακολούθησαν πιστά τους κανόνες ηθικής και δεοντολογίας. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν πως υπήρχε διαφοροποίηση των αποτελεσμάτων όσον αφορά τα 3 ή τα 8 αντικείμενα. Συμπερασματικά το πλήθος των αντικειμένων επηρεάζει το αποτέλεσμα του πειράματος ανεξάρτητα από την καταμέτρηση ή μη των αντικειμένων από τα παιδιά. Θα μπορούσαν να υπάρξουν μελλοντικές έρευνες με περαιτέρω μετρήσεις σε ευρύτερο τοπογραφικό και ποσοτικό πλαίσιο με διόρθωση των περιορισμών της μελέτης λαμβάνοντας και το απαιτούμενο χρονικό διάστημα που θα μπορούσε να εκθέσει την εξέλιξη μέσα στο χρόνο.

**Λέξεις κλειδιά:** Νηπιακή ηλικία, Piaget, Διδακτική των Μαθηματικών

### Εισαγωγή

Τα έτη 1982-3 τα βιβλία μαθηματικών πλαισιώθηκαν με δραστηριότητες σειροθέτησης, ταξινόμησης και διάταξης βασισμένες στο έργο του J. Piaget οι οποίες, ονομάστηκαν προ-αριθμητικές/προ-μαθηματικές (Καψάλης, Λεμονίδης 1999; Φιλίππου, Χρίστου, 2002).

Ο Piaget (1972) ενδιαφέρεται για τα γνωστικά χαρακτηριστικά που έχει μία αναπαράσταση και εστιάζει περισσότερο στη γνώση, την νοημοσύνη και τα πνευματικά σχήματα δηλαδή τις γνωστικές δομές που φτιάχνει το παιδί με την πραγματικότητα (Σαρρής, 2009). Ο Piaget υποστηρίζοντας «κατά την ενέργεια επί του κόσμου» εξηγεί πως τα παιδιά αντλούν γνώσεις μέσα από τις δικές του πράξεις καθώς «προχωρούν με μια ακολουθία ποιοτικών μεταμορφώσεων» (Cole & Cole, 2002: 283). Σύμφωνα με την σημειωτική ή συμβολική λειτουργία του Piaget σημαντικός παράγοντας της νοημοσύνης, της λογικής και της σκέψης αποτελεί η λογική αφομοίωση της έννοιας του συμβόλου ή του σημείου, καθώς χωρίς σύμβολα το παιδί δεν καταλαβαίνει τον κόσμο, ενώ μέσα από το σημαίνον δημιουργείται η πνευματική εικόνα του σημανόμενου (Σαρρής, 2009). Μέσα από τη γενετική επιστημολογία υποστηρίζει πως η συμβολική ή σημειολογική σκέψη εξελίσσεται προοδευτικά μέσα από συγκεκριμένα στάδια. Ο Piaget, μέσα από τη γενετική επιστημολογία υποστηρίζει πως η συμβολική ή σημειολογική σκέψη εξελίσσεται προοδευτικά μέσα από συγκεκριμένα στάδια ( Σαρρής, 2009). Ορίζει, λοιπόν, τέσσερις χρονολογικές μονάδες ως κύρια στάδια ανάπτυξης από τη γέννηση έως και την ενηλικίωση τα οποία είναι (Craig & Baucum, 2007; Schacteratal., 2018; Παπαντωνίου, 2019 στο <http://ecourse.uoi.gr>, Παρασκευόπουλος; 1985; Σαρρής, 2009): 1. Αισθησιοκινητική ή αισθησιοκινητικής νόησης (0-3 ετών). 2. Προενοιολογική περίοδος ή στάδιο προ-ενεργητικής νόησης ή προλογικής ή προσυλλογιστικής σκέψης ή προενοιολογικής σκέψης ή νοημοσύνης (3-7 ετών). 3. Συγκεκριμένου συλλογισμού ή στάδιο ενεργητικής νόησης (6-11). 4. Τυπικής-Αφαιρετικής Σκέψης ή στάδιο ενεργητικής νόησης (12 - 15 ετών).

Σύμφωνα με τον Chevallard (1986 όπ. αναφ. στο Κασιμάτη 2003) τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας μπορεί να μην γνωρίζουν πώς να κατονομάσουν έννοιες που εμπλέκονται στα μαθηματικά, αλλά είναι σε θέση να κατανοήσουν, να χρησιμοποιήσουν και να τις εφαρμόσουν σε ένα πρωτογενές επίπεδο όταν αυτές εμπλέκονται στην δράση τους. Βασική έννοια της θεωρίας του Piaget αποτελεί η αναστοχαστική αφαίρεση βάσει των οποίων δημιουργείται η κατασκευή των μαθηματικών εννοιών. Για τη λογικομαθηματική διαδικασία, που σύμφωνα με τον Piaget κατασκευάζει το νήπιο προκειμένου να κατανοήσει έναν αριθμό απαραίτητη προϋπόθεση αποτελεί η κατανόηση των εννοιών της διατήρησης, ταξινόμησης και της σειριοθέτησης (Λεμονίδης, 2001). Όταν δοθεί μια λογικομαθηματική εμπειρία στο νήπιο, αυτό επενεργεί και χρησιμοποιώντας την αναστοχαστική αφαίρεση ανασύρει τις πληροφορίες που χρειάζεται από τις ενέργειες που εκτελούνται πάνω τους. Αυτό που θα προκύψει ως αποτέλεσμα αποτελεί τη μαθηματική έννοια. Για παράδειγμα η οι αριθμοί δεν αποτελούν για το νήπιο αφηρημένες έννοιες, αλλά εμπεδώνονται μέσα από τον συνδυασμό ενέργειας δράσης και αναστοχαστικής αφαίρεσης δηλαδή από τη μέτρηση συγκεκριμένων συνόλων των οποίων προκύπτει πάντα το ίδιο αποτέλεσμα ασχέτως των ιδιοτήτων ή της διάταξης των αντικειμένων που μετρά (Βοσνιάδου, 2011; Σαπλαμίδου, Σάλτα, 2016). Ο αριθμός δηλαδή για το νήπιο είναι μια σύνθεση δύο ειδών σχέσεων (διάταξη και ιεραρχικός εγκλεισμός) ανάμεσα στα αντικείμενα (Κοτρώτσου & Πιπιλή, 2014). Σύμφωνα με τον Piaget (1953, όπ. αναφ. στο Mayer, 2005) «Είναι μεγάλο λάθος να θεωρούμε ότι το παιδί κατακτά τη γνώση των αριθμών και άλλες μαθηματικές έννοιες μόνο από τη διδασκαλία. Αντίθετα, κατά ένα μεγάλο βαθμό τις αναπτύσσει μόνο του, ανεξάρτητα και αυθόρμητα»

Ωστόσο, η θεωρία του Piaget σε ό,τι αφορά τα ηλικιακά όρια αλλά και τις απαραίτητες δεξιότητες που πρέπει να έχει κατακτήσει το παιδί προκειμένου να κατανοήσει το νόημα ενός αριθμού, αμφισβητήθηκε από αρκετούς ερευνητές (Ντουνούση, 2015). Σε νεότερες έρευνες και θεωρίες τονίζεται πως η αυτόματη αναγνώριση αριθμών που συνοδεύονται από μία αναπαράσταση (Liebeck, 1990) και αναπτύσσονται με διαδοχική και σταθερή σειρά από το νήπιο, οδηγούν στην κατάκτηση αφηρημένων εννοιών, όπως αυτή του αριθμού (Καψάλης & Λεμονίδης, 1999). Αντίστοιχες έρευνες κατέληξαν στο συμπέρασμα πως κάθε ανθρώπινη ύπαρξη (βρέφος, νήπιο, παιδί ή ενήλικας) ως μοναδική προσωπικότητα έχει ένα μοναδικό δικό του τρόπο σκέψης και λογικής (Sarama & Clements 2009; Τζεκάκη, 1998,2007), που σύμφωνα με το Λεμονίδη (2000,2013) οδηγεί σε αυθόρμητες διαδικασίες ανάπτυξης εννοιών πριν την επαφή του με την εκπαίδευση, η οποία καλείται να τις συστηματοποιήσει. Έρευνες (Donaldson, 1991; Gelman, Baillargeon, 1983; Gallistel, 1978; Donaldson, McGarrigle, 1974; Siegler, 2002) σε παιδιά ηλικίας από 4-6 ετών κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι οι παραδοσιακές διαδικασίες υποτιμούν τις γνωστικές ικανότητες των παιδιών καθώς τα χαρακτηριστικά της συμπεριφοράς του πειραματιστή, και ειδικότερα οι ενέργειές του προς τα υλικά εργασίας, μπορούν να επηρεάσουν την ερμηνεία των δηλώσεων από παιδιά όπως για παράδειγμα παρερμηνεία των οδηγιών. Έρευνες των Hughes F. P. (1991), Hughes B. (1996) και Borke (1992) συμπέραναν πως όταν τα παιδιά προσχολικής ηλικίας έχουν να λύσουν προβλήματα με οικεία δεδομένα δεν έχουν τον εγωκεντρισμό που περιγράφει ο Piaget. Ενώ ο Piaget θεωρεί ότι η μάθηση είναι ένα εγγενές χαρακτηριστικό δίνοντας έμφαση στο γενετικό, στην υποχρεωτική δηλαδή πορεία του παιδιού μέσα από στάδια, ο Vygotsky (1978,1999,2000) θεωρεί ότι η κοινωνική ζωή έχει τον πρωταρχικό ρόλο στη διαδικασία της μάθησης.

Στην παρούσα εργασία γίνεται μία παραλλαγή του πειράματος «διατήρησης του αριθμού» του Piaget. Το χαρακτηριστικό παράδειγμα πειράματος του J. Piaget προκειμένου να στοιχειοθετηθεί η θεωρία του για την διατήρηση του πλήθους ήταν ένα σύνολο από ξύλινες χάντρες, από τις οποίες οι περισσότερες ήταν καφέ και οι λιγότερες άσπρες, και η ερώτηση που γινόταν στα παιδιά ήταν ποιες είναι πιο πολλές, οι καφέ ή οι ξύλινες χάντρες.

Στο παρακάτω πείραμα υπήρξε η παραλλαγή στα αντικείμενα όπου το υλικό και το χρώμα και των δύο σειρών ήταν ίδια.

Στο συγκεκριμένο πείραμα λαμβάνουν μέρος τρία παιδιά ηλικίας που κυμαίνεται από τα 5 μέχρι τα 5,8 έτη. Τα ερευνητικά ερωτήματα που τέθηκαν ήταν:

- ✓ Ισχύουν οι υποθέσεις του Piaget για τη διατήρηση του πλήθους;
- ✓ Υπάρχουν διαφοροποιήσεις όταν το πλήθος των αντικειμένων αλλάξει;
- ✓ Είναι η καταμέτρηση αρκετή για να αποφασίσει το παιδί ότι διατηρείται το πλήθος;

### Μέθοδος

#### Συμμετέχοντες

Στο πείραμα συμμετείχαν 3 παιδιά δημόσιου νηπιαγωγείου της ανατολικής Θεσσαλονίκης ηλικίας (5,1), (5,2) και (5,8) χρονών σε αντιστοιχία ένα αγόρι και δύο κορίτσια. Τα παιδιά είχαν Έλληνες γονείς και τα ελληνικά ήταν η μητρική τους γλώσσα. Τα συγκεκριμένα παιδιά φοιτούσαν στο ίδιο νηπιαγωγείο.

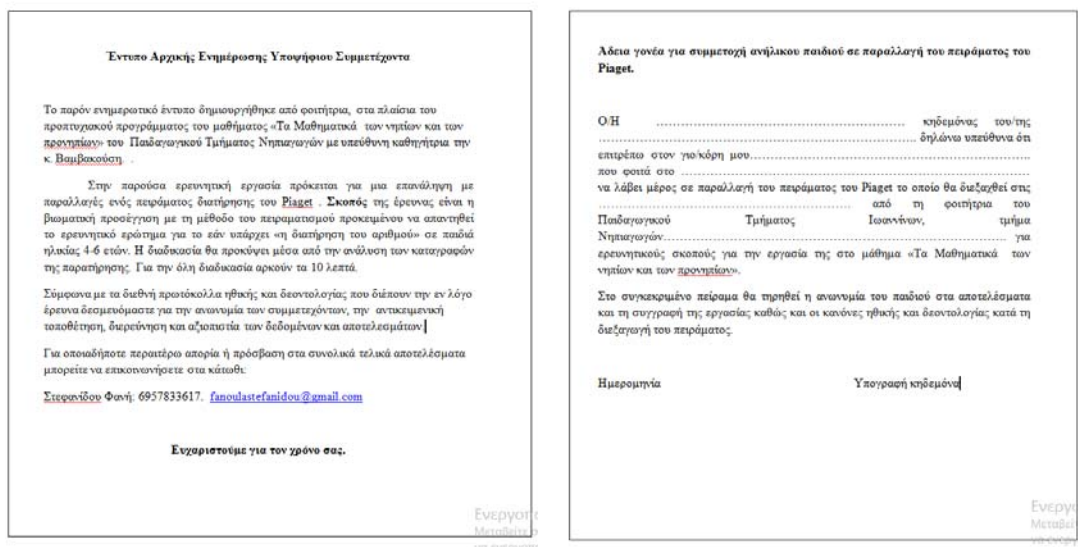
#### Υλικά

Τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν για την διεξαγωγή του πειράματος ήταν:

1) 16 καπάκια από πλαστικά μπουκάλια νερού χρώματος γαλάζιο και ίδιου μεγέθους, 2) φωτοτυπίες για το έντυπο ενημέρωσης συμμετέχοντα, γονικής άδειας για συμμετοχή ανήλικων παιδιών στο πείραμα και για την καταγραφή των λεγόμενων των παιδιών και του δείγματος που λάμβανε η φοιτήτρια, 3) ένα κινητό τηλέφωνο προκειμένου να φωτογραφηθεί η διαδικασία του πειράματος, 4) ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής για την ανάλυση, την καταγραφή των αποτελεσμάτων και τη συγγραφή της εργασίας, 5) τα προγράμματα word, excel και powerpoint.

#### Διαδικασία

Αρχικά αναζητήθηκε σχετική βιβλιογραφία σε βιβλιοθήκες των Ιωαννίνων, της Θεσσαλονίκης και στο διαδίκτυο. Έπειτα μελετήθηκαν και καταγράφηκαν σε χαρτί τα απαραίτητα έντυπα (Εικόνα 1,2) «το αρχικό έντυπο ενημέρωσης συμμετέχοντα», «το κείμενο άδειας γονέων» και το «φύλλο παρατήρησης».



Εικόνα 1. Απαραίτητα έντυπα για τη διεξαγωγή του πειράματος

Φύλλο Παρατήρησης

	Έργο	Επιτυχία/ αποτυχία	Εξήγηση του παιδιού	Παρατηρήσεις
1.α	•••••••• ••••••••			
1.β	•••••••• ••••••••			
2.α	••• •••			
2.β	••• •••			
3.	•••••••• ••••••••	Καταμέτρηση: Διατήρηση:		

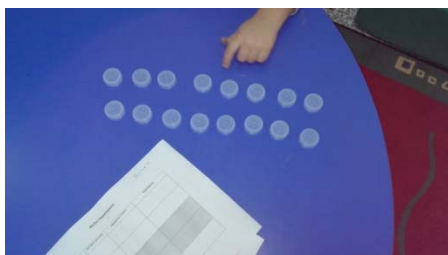
**Εικόνα 2. Φύλλο παρατήρησης**

Εν συνεχεία επιλέχθηκε συγκεκριμένη σειρά βημάτων και ερωτήσεων προκειμένου να επαναλαμβάνεται το πείραμα με τις ίδιες προϋποθέσεις και στις 3 μελέτες περίπτωσης. Διεξήχθη μία τηλεφωνική επικοινωνία με το νηπιαγωγείο για τη διεξαγωγή του πειράματος προκειμένου να ενημερωθεί η υπεύθυνη νηπιαγωγός για τις προθέσεις μας σε ό,τι αναφορά το πείραμα. Στάλθηκαν στο νηπιαγωγείο τα απαραίτητα έντυπα αφενός για να ενημερωθούν οι γονείς των παιδιών και να δώσουν ενυπόγραφα τη σχετική άδεια και αφετέρου για να τηρηθούν όλοι οι κανόνες ηθικής και δεοντολογίας. Κλείστηκε συγκεκριμένο ραντεβού στο δεύτερο δεκαπενθήμερο του Νοεμβρίου. Στη συνέχεια έγινε η μετάβαση στην πόλη της Θεσσαλονίκης και στο νηπιαγωγείο όπου είχε οριστεί συγκεκριμένο ραντεβού για τη διεξαγωγή του πειράματος. Ακολούθως, έγινε η μετάβαση στην πόλη της Θεσσαλονίκης. Κατά την προσέλευση αφού έγιναν οι σχετικοί χαιρετισμοί και οι συστάσεις για τους λόγους που βρίσκεται εκεί ένα νέο πρόσωπο έτσι ώστε να μην υπάρξει διατάραξη των παιδιών, ξεκίνησε η εκτέλεση του πειράματος. Η εκτέλεση έγινε μεμονωμένα για το κάθε παιδί και σε διαφορετικό χώρο από αυτόν του νηπιαγωγείου (σε διπλανή αίθουσα) έτσι ώστε αφενός να μην υπάρχει φασαρία και αποπροσανατολίζεται το παιδί και αφετέρου τα άλλα δύο παιδιά που θα έπαιρναν μέρος να μην γνωρίζουν την διαδικασία.

*Εκτέλεση του πειράματος*

Μελέτη περίπτωσης 1<sup>η</sup>.

**Βήμα 1<sup>ο</sup>:** Τοποθετήθηκαν σε ένα στρογγυλό τραπέζι δύο σειρές από 8 όμοια μπλε καπάκια νερού όμοιου σχήματος και χρώματος σε αντιστοιχία 1-1. (Εικόνα 3) Απέναντι κάθισε το πρώτο παιδί Α. Β. ηλικίας 5,1 ετών.



**Εικόνα 3. Τοποθέτηση 8 όμοιων αντικειμένων σε αντιστοιχία 1-1**

Η πρώτη ερώτηση ήταν: «Ποια σειρά έχει περισσότερα καπάκια, αυτή ή αυτή; Ή έχουν και οι δύο τα ίδια;» (η φοιτήτρια έδειχνε με το δάχτυλο). Η Α. Β. μετρώντας «1,2,3...» φωναχτά δύο φορές την κάθε σειρά έπειτα από λίγα δευτερόλεπτα σκέψης απάντησε: «και οι δύο σειρές έχουν ίσα καπάκια». **Βήμα 2<sup>ο</sup>**: Η δεύτερη ερώτηση ήταν: «Γιατί; /Πώς το ξέρεις;». Η Α. Β. απάντησε: «Αφού είναι 8... και οι δύο σειρές». Η Α. Β. για να επιβεβαιώσει τον εαυτό της τα ξαναμέτρησε πριν απαντήσει. **Βήμα 3<sup>ο</sup>**: Στη συνέχεια λέγοντας: «Για κοίτα τι κάνω εδώ» αραιώσε τη σειρά από τα καπάκια που βρισκόταν από τη μεριά της. **Βήμα 4<sup>ο</sup>**: Έπειτα ξαναρώτησε την Α. Β. : «Ποια σειρά έχει περισσότερα καπάκια, αυτή ή αυτή; Ή έχουν και οι δύο τα ίδια;». Η Α. Β. απάντησε άρχισε πάλι να τα μετράει δείχνοντας με το δάχτυλό της και έπειτα απάντησε «αυτά!» (Εικόνα 4) εννοώντας πως περισσότερα είναι τα καπάκια που ήταν από τη μεριά της φοιτήτριας.



**Εικόνα 4. Η μαθήτρια δείχνει τα περισσότερα καπάκια**

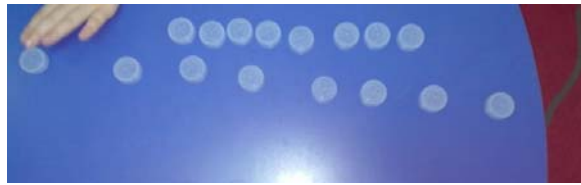
**Βήμα 5<sup>ο</sup>**: Η αμέσως επόμενη ερώτηση από τη φοιτήτρια ήταν: «Γιατί; Πώς το ξέρεις;». Η Α. Β. απάντησε: «είναι πιο πολλά πάνω στο τραπέζι σου». Η Α. Β. κατά τη διάρκεια της απάντησης έδειχνε με το δάχτυλό της το μέρος του τραπεζιού που καταλάμβαναν τα αραιωμένα καπάκια σε σχέση με τα μαζεμένα σε σειρά. Η Α. Β. κατά τη διάρκεια της απάντησης έδειχνε με το δάχτυλό της το μέρος του τραπεζιού που καταλάμβαναν τα αραιωμένα καπάκια σε σχέση με τα μαζεμένα σε σειρά. **Βήμα 6<sup>ο</sup>**: Επειδή η Α. Β. απέτυχε στο έργο του πειράματος, το πείραμα επαναλήφθηκε με 3 αντί για 8 καπάκια στην κάθε σειρά. **Βήμα 7<sup>ο</sup>**: Η πρώτη ερώτηση ήταν: «Ποια σειρά έχει περισσότερα καπάκια, αυτή ή αυτή; Ή έχουν και οι δύο τα ίδια;». Η Α. Β. αφού μέτρησε φωναχτά «1,2...» απάντησε: «και οι δύο σειρές είναι ίσα» (Εικόνα 5). **Βήμα 8<sup>ο</sup>**: Η δεύτερη ερώτηση ήταν : «Γιατί; Πώς το ξέρεις;». Η Α. Β. αφού τα ξαναμέτρησε για να επιβεβαιώσει τον εαυτό της απάντησε: «Το ξέρω από μόνη μου».



**Εικόνα 5. Η Α.Β. δείχνει την ισότητα των δύο σειρών**

**Βήμα 9<sup>ο</sup>**: Στη συνέχεια η φοιτήτρια αραιώσε τη σειρά από τα καπάκια που βρισκόταν από τη μεριά της και ξαναρώτησε την Α. Β.: «Ποια σειρά έχει περισσότερα καπάκια, αυτή ή αυτή; Ή έχουν και οι δύο τα ίδια;». Η Α. Β. απάντησε «Χμ... Είναι τα ίδια». Η απάντηση δόθηκε έπειτα από 3-4 δευτερόλεπτα όπου το παιδί έβυσε το κεφάλι του σκεπτόμενο και μέτρησε δύο φορές και τις δύο σειρές από τα καπάκια. **Βήμα 10<sup>ο</sup>**: Η αμέσως επόμενη ερώτηση από τη φοιτήτρια ήταν: «Γιατί; Πώς το ξέρεις;». Η Α. Β. απάντησε: «αφού τα βλέπω». Η έκφραση του προσώπου του παιδιού έδειχνε σιγουριά. **Βήμα 11<sup>ο</sup>**: Στη συνέχεια η φοιτήτρια έβαλε τις δύο σειρές από τα 8 καπάκια και πάλι στο τραπέζι, όχι σε 1-1 αντιστοιχία. **Βήμα 12<sup>ο</sup>**: Δείχνοντας με το δάχτυλο ξαναρώτησε το παιδί: «Πόσα καπάκια έχει αυτή η σειρά; Πόσα έχει η άλλη;».

Το παιδί δεν ανταποκρίθηκε. **Βήμα 13<sup>ο</sup>**: Η φοιτήτρια παρότρυνε την Α. Β.: «θέλεις να τα μετρήσεις;». Μετρώντας το παιδί και τις δύο σειρές ανακάλυψε πως έχουν και οι δύο από 8 καπάκια. (Εικόνα 6).



**Εικόνα 6. Η Α.Β. μετράει τις δύο σειρές με τα 8 καπάκια**

**Βήμα 14<sup>ο</sup>**: Τέλος, η φοιτήτρια ξαναρώτησε: «Ποια σειρά έχει περισσότερα καπάκια, αυτή, ή έχουν και οι δύο τα ίδια;». Η Α. Β. απάντησε χαμογελώντας με σιγουριά: «Η πρώτη!». Δηλαδή η σειρά που ήταν από τη μεριά του παιδιού (Εικόνα 7).



**Εικόνα 7. Η Α.Β. δείχνει τη σειρά με τα περισσότερα καπάκια**

Έπειτα από την τελευταία απάντηση η φοιτήτρια ευχαρίστησε την Α. Β. και μετέπειτα από μια αγκαλιά με την Α. Β. το πείραμα ολοκληρώθηκε. Σε όλη τη διάρκεια του πειράματος η φοιτήτρια σημείωνε τις απαντήσεις του παιδιού «στο φύλλο παρατήρησης» και φωτογράφιζε τη διαδικασία με το κινητό της διασφαλίζοντας για λόγους ηθικής και δεοντολογίας να μην φαίνονται τα χαρακτηριστικά του παιδιού.

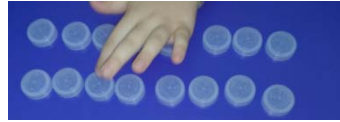
#### Μελέτη περίπτωσης 2<sup>η</sup>.

Η φοιτήτρια σε ένα στρογγυλό τραπέζι τοποθέτησε δύο σειρές από 8 όμοια μπλε καπάκια νερού όμοιου σχήματος και χρώματος σε αντιστοιχία 1-1. Απέναντι κάθισε το δεύτερο παιδί Γ. Ε. ηλικίας 5,2 ετών. **Βήμα 1<sup>ο</sup>**: Η πρώτη ερώτηση ήταν «Ποια σειρά έχει περισσότερα καπάκια, αυτή ή αυτή; Ή έχουν και οι δύο τα ίδια;». Η Γ. Ε. μετρώντας «1,2,3...» από μέσα της την κάθε σειρά έπειτα από λίγα δευτερόλεπτα σκέψης απάντησε: «και οι δύο σειρές έχουν ίσα καπάκια» (Εικόνα 8).



**Σχήμα 8. Η Γ.Ε. διατηρεί την ποσότητα**

**Βήμα 2<sup>ο</sup>**: Η δεύτερη ερώτηση ήταν: «Γιατί; Πώς το ξέρεις;». Η Γ. Ε. απάντησε: «Επειδή είναι ένα-ένα, ένα-ένα...». Την ώρα που απαντούσε επιβεβαίωνε τη σκέψη της ταιριάζοντας τις αντιστοιχίες (Εικόνα 9).



**Εικόνα 9: Επιβεβαίωση σκέψης της Γ.Ε για την ισότητα**

**Βήμα 3<sup>ο</sup>:** Στη συνέχεια η φοιτήτρια λέγοντας στο παιδί: «Για κοίτα τι κάνω εδώ» αραιώσε τη σειρά από τα καπάκια που βρισκόταν από τη μεριά της. **Βήμα 4<sup>ο</sup>:** Έπειτα ξαναρώτησε την Γ. Ε.: «Ποια σειρά έχει περισσότερα καπάκια, αυτή ή αυτή; Ή έχουν και οι δύο τα ίδια;». Η Γ. Ε. από τη θέση της με σιγουριά και χαμόγελο χωρίς να ακουμπήσει τα καπάκια απάντησε: «Είναι ίσα!» (Εικόνα 10).



**Εικόνα 10: Η Γ.Ε. διατηρεί την ποσότητα έπειτα από την αραιώση των καπακιών**

**Βήμα 5<sup>ο</sup>:** Η αμέσως επόμενη ερώτηση από τη φοιτήτρια ήταν: «Γιατί; Πώς το ξέρεις;». Η Γ. Ε απάντησε και πάλι με χαμόγελο: «επειδή είναι πάλι τα ίδια!». Επειδή η Γ. Ε. πέτυχε στο έργο του πειράματος, το πείραμα δεν επαναλήφθηκε με 3 αντί για 8 καπάκια στην κάθε σειρά. Σε όλη τη διάρκεια του πειράματος η φοιτήτρια σημείωνε τις απαντήσεις του παιδιού στο χαρτί που είχε μαζί της και φωτογράφιζε τη διαδικασία με το κινητό της διασφαλίζοντας για λόγους ηθικής και δεοντολογίας να μην φαίνονται τα χαρακτηριστικά του παιδιού.

#### Μελέτη περίπτωσης 3<sup>η</sup>.

Η φοιτήτρια σε ένα στρογγυλό τραπέζι τοποθέτησε δύο σειρές από 8 όμοια μπλε καπάκια νερού όμοιου σχήματος και χρώματος σε αντιστοιχία 1-1. Απέναντι κάθισε το τρίτο παιδί αγόρι Γ. Ν. ηλικίας 5,8 ετών. **Βήμα 1<sup>ο</sup>:** Η πρώτη ερώτηση ήταν «Ποια σειρά έχει περισσότερα καπάκια, αυτή ή αυτή; Ή έχουν και οι δύο τα ίδια;». Ο Γ. Ν. μετρώντας «1,2,3...» από μέσα του δύο φορές την κάθε σειρά έπειτα από λίγα δευτερόλεπτα σκέψης απάντησε: «και οι δύο σειρές έχουν ίσα – ίσα καπάκια». (Εικόνα 11).



**Εικόνα 11: Ο Γ.Ν μετράει με το δάχτυλο τα καπάκια και απαντά δείχνοντας**

**Βήμα 2<sup>ο</sup>:** Η δεύτερη ερώτηση ήταν: «Γιατί; Πώς το ξέρεις;». Ο Γ. Ν. απάντησε: «Αφού είναι 8 και οι δύο σειρές!». Ο Γ. Ν. για να επιβεβαιώσει τον εαυτό του τα ξαναμέτρησε πριν απαντήσει. **Βήμα 3<sup>ο</sup>:** Στη συνέχεια η φοιτήτρια λέγοντας στο παιδί: «Για κοίτα τι κάνω εδώ» αραιώσε τη σειρά από τα καπάκια που βρισκόταν από τη μεριά της. **Βήμα 4<sup>ο</sup>:** Έπειτα ξαναρώτησε τον Γ. Ν.: «Ποια σειρά έχει περισσότερα καπάκια, αυτή ή αυτή; Ή έχουν και οι δύο τα ίδια;». Ο Γ. Ν. μετρώντας δύο φορές χαμηλόφωνα απάντησε «αυτά!» εννοώντας πως περισσότερα είναι τα καπάκια που ήταν από τη μεριά της φοιτήτριας. **Βήμα 5<sup>ο</sup>:** Η αμέσως επόμενη ερώτηση από τη φοιτήτρια ήταν: «Γιατί; Πώς το ξέρεις;». Ο Γ. Ν. δεν απάντησε αλλά

κούνησε τους ώμους πάνω-κάτω έχοντας την έκφραση πως δεν γνωρίζει πως το ξέρει. **Βήμα 6<sup>ο</sup>**: Επειδή ο Γ. Ν. απέτυχε στο έργο του πειράματος, το πείραμα επαναλήφθηκε με 3 αντί για 8 καπάκια στην κάθε σειρά. **Βήμα 7<sup>ο</sup>**: Η πρώτη ερώτηση ήταν «Ποια σειρά έχει περισσότερα καπάκια, αυτή ή αυτή; Ή έχουν και οι δύο τα ίδια;» (η φοιτήτρια έδειχνε με το δάχτυλο). Ο Γ. Ν. αφού μέτρησε φωναχτά «1,2,...» απάντησε: «όλα είναι τρία! Αυτό ήταν πανεύκολο!». **Βήμα 8<sup>ο</sup>**: Η δεύτερη ερώτηση ήταν: «Γιατί; Πώς το ξέρεις;». Ο Γ. Ν. απάντησε « Το ξέρω! Από μόνος μου!». **Βήμα 9<sup>ο</sup>**: Στη συνέχεια η φοιτήτρια αραιώσε τη σειρά από τα καπάκια που βρισκόταν από τη μεριά της και ξαναρώτησε τον Γ. Ν.: «Ποια σειρά έχει περισσότερα καπάκια, αυτή ή αυτή; Ή έχουν και οι δύο τα ίδια;». Ο Γ. Ν. αφού τα μέτρησε με το χέρι του δύο φορές απάντησε «αυτά!» δείχνοντας τα καπάκια που ήταν από τη μεριά του. (Εικόνα 12).



**Εικόνα 12: Ο Γ.Ν μετράει με το δάχτυλο τα καπάκια και απαντά δείχνοντας**

**Βήμα 10<sup>ο</sup>**: Η αμέσως επόμενη ερώτηση από τη φοιτήτρια ήταν: «Γιατί; Πώς το ξέρεις;». Ο Γ. Ν. απάντησε: «αφού τα βλέπω!». Επειδή υπήρξε αποτυχία του πειράματος και στην μείωση των καπακιών από 8 σε 3, το πείραμα δεν προχώρησε στα επόμενα βήματα. Έπειτα από την τελευταία απάντηση η φοιτήτρια ευχαρίστησε τον Γ. Ν. και ύστερα από μια αγκαλιά με τον Γ. Ν. το πείραμα ολοκληρώθηκε. Σε όλη τη διάρκεια του πειράματος η φοιτήτρια σημείωνε τις απαντήσεις του παιδιού στο χαρτί που είχε μαζί της και φωτογράφιζε τη διαδικασία με το κινητό της διασφαλίζοντας για λόγους ηθικής και δεοντολογίας να μην φαίνονται τα χαρακτηριστικά του παιδιού.

Στη συνέχεια υπήρξε η μετάβαση στην πόλη των Ιωαννίνων για μελέτη των αποτελεσμάτων. Τα αποτελέσματα καταγράφηκαν σε συγκεντρωτικό πίνακα για κάθε παιδί.

### **Αποτελέσματα**

Το πείραμα της παρούσας ερευνητικής εργασίας σχεδιάστηκε προκειμένου να μελετήσει η φοιτήτρια μία παραλλαγή του πειράματος «διατήρησης του αριθμού» του Piaget σε τρία τυχαία δείγματα παιδιών (δύο κορίτσια και ένα αγόρι) που φοιτούσαν στην ίδια τάξη του νηπιαγωγείου. Η φοιτήτρια, σε ένα στρογγυλό τραπέζι, τοποθέτησε δύο σειρές από 8 όμοια μπλε καπάκια νερού όμοιου σχήματος και χρώματος.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας, όσον αφορά τη *Μελέτη περίπτωσης 1* της Α. Β. ηλικίας 5,1 ετών, παρατηρήθηκε πως: 1. Υπήρξε καταμέτρηση των αντικειμένων σε όλα τα βήματα και τις εναλλαγές του πειράματος, 2. Υπήρξε η διατήρηση του αριθμού στο πείραμα με τα 8 αντικείμενα, 3. Δεν υπήρξε διατήρηση όταν η μία από τις δύο σειρές αραιώθηκε, 4. Υπήρξε η διατήρηση της ποσότητας και του αριθμού όταν τα αντικείμενα ήταν 3 ακόμη κι όταν η δεύτερη σειρά αραιώθηκε σε σχέση με την πρώτη, 5. Στην επανάληψη του πειράματος με τα 8 αντικείμενα έπειτα από την επιτυχία ολοκλήρωσης των τριών, δεν υπήρξε διατήρηση της ποσότητας-αριθμού, 6. Το παιδί μετρούσε κατ' επανάληψη προκειμένου να επιβεβαιώσει την απάντησή του. Κατά συνέπεια, στη *Μελέτη περίπτωσης 1* υπήρξε η διατήρηση του αριθμού για τα 3 αντικείμενα, αλλά όχι για τα 8 ακόμη κι όταν το πείραμα επαναλήφθηκε. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας, όσον αφορά τη *Μελέτη περίπτωσης 2* της Γ. Ε. ηλικίας 5,2 ετών, παρατηρήθηκε πως: 1. Υπήρξε καταμέτρηση των αντικειμένων την πρώτη φορά αλλά δεν υπήρξε καταμέτρηση όταν τα αντικείμενα αραιώθηκαν, 2. Υπήρξε η διατήρηση του αριθμού στο πείραμα με τα 8 αντικείμενα, 3. Υπήρξε



διατήρηση όταν η μία από τις δύο σειρές αραιώθηκε, 4. Το παιδί εκφραζόταν με άνεση και σιγουριά και οι απαντήσεις που έδωσε ήταν χωρίς ιδιαίτερη σκέψη. Συνεπώς, σε αυτήν τη Μελέτη περίπτωσης υπήρξε η διατήρηση του αριθμού στο πείραμα με τα 8 αντικείμενα από την πρώτη φορά. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας, όσον αφορά τη Μελέτη περίπτωσης 3 του Γ. Ν. ηλικίας 5,8 ετών, παρατηρήθηκε πως: 1. Υπήρξε καταμέτρηση των αντικειμένων σε όλα τα βήματα και τις εναλλαγές του πειράματος, 2. Δεν υπήρξε η διατήρηση του αριθμού στο πείραμα με τα 8 αντικείμενα, 3. Δεν υπήρξε διατήρηση όταν η μία από τις δύο σειρές αραιώθηκε, 4. Υπήρξε η διατήρηση της ποσότητας και του αριθμού όταν τα αντικείμενα ήταν 3, 5. Δεν υπήρξε η διατήρηση της ποσότητας και του αριθμού όταν η δεύτερη σειρά αραιώθηκε σε σχέση με την πρώτη, 6. Στην επανάληψη του πειράματος με τα 8 αντικείμενα έπειτα από την επιτυχία ολοκλήρωσης των τριών, δεν υπήρξε διατήρηση της ποσότητας-αριθμού, 7. Το παιδί ξαναμετρούσε για να επιβεβαιώσει την απάντησή του, 8. Το παιδί έδειχνε πολύ σίγουρο για τις απαντήσεις του, ωστόσο έδειχνε σκεπτικό πριν δώσει την κάθε απάντηση. Σύμφωνα με τις παραπάνω παρατηρήσεις, η φοιτήτρια κατέληξε στο συμπέρασμα πως στη Μελέτη περίπτωσης 3 υπήρξε αποτυχία και στα 8 και στα 3 αντικείμενα δεν υπήρξαν τα επόμενα βήματα. Εν συνεχεία δημιουργήθηκε ένας συγκεντρωτικός πίνακας προκειμένου να αναλυθούν οι ομοιότητες ή οι διαφορές σε κάθε μελέτη περίπτωσης (Εικόνα 13).

Έργο Μελέτη περίπτωσης 1 (Α.Β)	καταμέτρηση	όχι καταμέτρηση	διατήρηση	όχι διατήρηση	πέτυχε	
8 αντικείμενα σε δύο σειρές και αντιστοιγία 1-1						
8 αντικείμενα χωρίς αντιστοιγία και αραιωμένη μία σειρά						
3 αντικείμενα σε δύο σειρές και αντιστοιγία 1-1						
3 αντικείμενα χωρίς αντιστοιγία και αραιωμένη μία σειρά						
8 αντικείμενα χωρίς αντιστοιγία και αραιωμένη μία σειρά. Επανάληψη						
Έργο Μελέτη περίπτωσης 2 (Γ.Ε)	καταμέτρηση	όχι καταμέτρηση	διατήρηση	όχι διατήρηση	πέτυχε	
8 αντικείμενα σε δύο σειρές και αντιστοιγία 1-1						
8 αντικείμενα χωρίς αντιστοιγία και αραιωμένη μία σειρά						
3 αντικείμενα σε δύο σειρές και αντιστοιγία 1-1						
3 αντικείμενα χωρίς αντιστοιγία και αραιωμένη μία σειρά						
8 αντικείμενα χωρίς αντιστοιγία και αραιωμένη μία σειρά. Επανάληψη						
Έργο Μελέτη περίπτωσης 3 (Γ.Ν)	καταμέτρηση	όχι καταμέτρηση	διατήρηση	όχι διατήρηση	πέτυχε	
8 αντικείμενα σε δύο σειρές και αντιστοιγία 1-1						
8 αντικείμενα χωρίς αντιστοιγία και αραιωμένη μία σειρά						
3 αντικείμενα σε δύο σειρές και αντιστοιγία 1-1						
3 αντικείμενα χωρίς αντιστοιγία και αραιωμένη μία σειρά						
8 αντικείμενα χωρίς αντιστοιγία και αραιωμένη μία σειρά. Επανάληψη						

**Εικόνα 13. Συγκεντρωτικός πίνακας καταγραφής αποτελεσμάτων**

Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν πως το 66,6% των παιδιών που έλαβαν μέρος στο πείραμα (2/3) δεν διατήρησαν την ποσότητα των 8 αντικειμένων, αλλά των τριών. Το 33,3% (1/3) κατάφερε με επιτυχία τη διατήρηση της ποσότητας /αριθμού των 8 αντικειμένων.

Σύμφωνα με τα ποσοστά επιτυχίας τα αποτελέσματα συμφωνούν με τις υποθέσεις του Piaget για τη διατήρηση του πλήθους. Η διαφοροποίηση του πειράματος με την εναλλαγή των 3 ή 8 αντικειμένων έδειξε πως το πλήθος των αντικειμένων συμβάλλει στη διατήρηση ή μη του πλήθους καθώς υπήρξε σε ποσοστό 66,6% (2/3) επιτυχία όταν τα αντικείμενα ήταν 3. Η καταμέτρηση δεν ήταν αρκετή για να αποφασίσει το παιδί ότι διατηρείται το πλήθος καθώς και στις 3 περιπτώσεις τα παιδιά καταμετρούσαν, είτε από μέσα τους είτε απ' έξω τους. Στην παρούσα εργασία οι περιορισμοί που υπήρξαν στην έρευνα ήταν: 1. Το δείγμα ήταν μικρό, 2. Επειδή υπήρξαν διαφορετικά αποτελέσματα και στις 3 περιπτώσεις δεν μπορούν να βγουν ασφαλή συμπεράσματα και δεν θα μπορούσαμε να προβούμε σε γενίκευση, 3. Η αντιστοιχία κοριτσιών – αγοριών δεν αποδίδει σαφή συμπεράσματα εάν το φύλο είναι ένας παράγοντας που μπορεί να επηρεάσει την απόδοση των παιδιών στο παρόν πείραμα και θα μπορούσε να μελετηθεί σε επόμενη έρευνα, 4. Ο τόπος που έγινε η διεξαγωγή του πειράματος ήτανε πόλη και δεν γνωρίζουμε εάν η τοπογραφική θέση γέννησης μπορεί να επηρεάσει το αποτέλεσμα, 5. Επίσης, τα δείγματα των μαθητών προέρχονταν από Έλληνες γονείς και δεν γνωρίζουμε εάν η καταγωγή των μαθητών (π.χ. το πείραμα με αλλοδαπούς) θα μπορούσε να επηρεάσει το αποτέλεσμα κάτι που θα πρέπει να ερευνηθεί σε επόμενη έρευνα.

Σύμφωνα με τον J. Piaget (1960) τα παιδιά κατά την προενοιολογική περίοδο, μπορούν να εστιάσουν την προσοχή τους, είτε στο σύνολο, είτε στο υποσύνολο, αλλά δεν μπορούν ποτέ να τα λάβουν υπόψη τους και τα δύο συγχρόνως (Λεμονίδης, 2001). Τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας σύμφωνα με τον Piaget οφείλονται σε 3 κύρια χαρακτηριστικά της σκέψης ενός παιδιού 4-6 ετών (Hirschfeld, Gelman, 1994; Piaget, Inhelder, 1956): α. Εγωκεντρισμού, β. Σύγχυσης μεταξύ φαινομενικού και πραγματικού κόσμου, γ. Μη λογικών συλλογισμών.

#### **Συμπεράσματα**

Το παράδειγμα πειράματος του J. Piaget ήταν ένα σύνολο από ξύλινες χάντρες, από τις οποίες οι περισσότερες είναι καφέ και οι λιγότερες άσπρες, και η ερώτηση που γινόταν στα παιδιά ήταν ποιες είναι πιο πολλές, οι καφέ ή οι ξύλινες χάντρες. Στο συγκεκριμένο πείραμα υπήρξε η παραλλαγή στα αντικείμενα όπου το υλικό και το χρώμα και των δύο σειρών ήτανε ίδια. Βάση των δύο εκ των τριών περιπτώσεων θα μπορούσαμε να πούμε πως όταν τα αντικείμενα είναι πολλά δεν υπάρχει διατήρηση της ποσότητας. Σύμφωνα με τα παραπάνω, δεν υπήρξε αδυναμία της διατήρησης της έννοιας του αριθμού όταν είχαμε δυο σειρές από οχτώ καπάκια σε ακριβή αντιστοιχία. Και τα τρία παιδιά απάντησαν σωστά ότι οι δύο σειρές είναι ίσες. Όταν όμως αραιώσαμε τη μια σειρά, τότε τα παιδιά απάντησαν ότι η σειρά αυτή είχε περισσότερα καπάκια γιατί καταλαμβάνουν περισσότερο χώρο. Η διατήρηση της έννοιας του αριθμού και της ποσότητας επιβεβαιώθηκε από τα παιδιά, όταν τα καπάκια μειώθηκαν σε τρία. Μόνο στη μία από τις τρεις περιπτώσεις, αν και ήταν μεγαλύτερης ηλικίας το παιδί, δεν επιτεύχθηκε η διατήρηση της ποσότητας ή του αριθμού σε κανένα βήμα του πειράματος όταν υπήρχε αραιώση. Συμπερασματικά, τα παιδιά δεν συγκρίνουν το μέρος με το όλο, αλλά το ένα μέρος με το άλλο μέρος. Ωστόσο, θα μπορούσαν να υπάρξουν μελλοντικές έρευνες για επανάληψη της έρευνας, με διόρθωση των περιορισμών της μελέτης λαμβάνοντας υπόψη και την ερευνητική εμπειρία των ερευνητών.

#### **Αναφορές**

##### **Ξενόγλωσσες**

- Borke, H. (1992). Μια επαναθεώρηση των βουνών του Piaget: Αλλαγές στο εγωκεντρικό τοπίο. Στο Σ. Βοσνιάδου (Επιμ.) Κείμενα εξελικτικής ψυχολογίας. Τόμος Β'. Gutenberg.
- Cole, M., & Cole, S. (2001). *Η ανάπτυξη των παιδιών* (Τόμος Β'). Αθήνα, Τυπωθήτω.
- Craig, J. G, & Baucum, D. (2007). *Η Ανάπτυξη Του Ανθρώπου*. Ένατη αμερικανική έκδοση. Τόμος Α'. Εκδόσεις Παπαζήση. Αθήνα: 2008. (σελ. 371-374)
- Donaldson, M. (1991). *Η σκέψη των παιδιών*. Gutenberg.

Donaldson, M., & McGarrigle, J. (1974). Some clues to the nature of semantic development. *Journal of Child Language*, 1(2), 185-194.

Gelman, R & Baillargeon R. (1983). A review of some Piagetian concepts, P.H. Mussen (Ed.), *Handbook of child psychology*, Vol III. Cognitive development, J. Flavell E. M. Markman (Volume Eds). New York: John Wiley and Sons.

Hirschfeld, L. A., & Gelman, S. A. (Eds.). (1994). *Mapping the mind: Domain specificity in cognition and culture*. Cambridge University Press.

Hughes, B. (1996). A Playworker's Taxonomy of Play Types. Playlink.

Hughes, F.P. (1991). *Children, Play and Development*. Massachusettes: Allyn and Bacon.

Liebeck, P. (1990). Scores and forfeits-an intuitive model for integer arithmetic. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 221-239.

Mayer, S. J. (2005). The early evolution of Jean Piaget's clinical method. *History of Psychology*, 8(4), 362.

McGarrigle, J., & Donaldson, M. (1974). Conservation accidents. *Cognition*, 3(4), 341-350.

Müller, U. & Kesselring T. (2011). *The concept of egocentrism in the context of Piaget's theory*. *New Ideas in Psychology*, 29 (2011), 327-345

Piaget, J. (1960). *The child's conception of the world*. (J. Tomlinson & A. Tomlinson, Trans.) London: Routledge & Kegan Paul. (Original work published 1926)

Piaget, J. (1965). *The child's conception of number*. (C. Gattegno & F.M. Hodgson, Trans.) New York: Norton & Co. (Original work published 1941)

Piaget, J. (1972). Development and learning. In Lanattely, C. S. Estendler, F. *Reading in child behavior and development*. New York: Hartcourt Brace Janovich,

Piaget, J. & Inhelder, B. (1956). *The child's conception of space*. London: Routledge & Kegan Paul.

Sarama, J., & Clements, D.H. (2009). *Early childhood mathematics education research. Learning trajectories for young children*. London, New York: Routledge

Siegler, R. S.(2002). *Πώς σκέφτονται τα παιδιά*. Αθήνα: Gutenberg

Vygotsky, L. (1978). The role of play in development. In M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, & E. Soubberman (eds.), *Mind in society: The development of higher psychological processes*, (92-104). Cambridge, MA: Harvard University Press.

Vygotsky, L.S (1999). Η ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης – Μια νέα προσέγγιση. Στο *Συλλογή ανατύπων κειμένων για τη θεματική ενότητα «εξέλιξη του παιδιού στο κοινωνικό περιβάλλον»*. Πάτρα: ΕΑΠ.

#### **Ξενογλωσσες Μεταφρασμένες στην Ελληνική**

Borke, H. (1992). Μια επαναθεώρηση των βουνών του Piaget: Αλλαγές στο εγωκεντρικό τοπίο. Στο Σ. Βοσνιάδου (Επιμ.) *Κείμενα εξελικτικής ψυχολογίας*. Τόμος Β'. Gutenberg

Cole, M. & Cole, S. R. (2002). *Η ανάπτυξη των παιδιών. Η αρχή της ζωής: εγκυμοσύνη, τοκετός, βρεφική ηλικία* (τ. Α'). Μετάφραση ΣΟΛΜΑΝ ΜΑΡΙΑ Αθήνα: Τυπωθήτω – Γ. Δάρδανος

Schacter, D., Gilbert, D., Nock, M., Wegner, D. (2018). Μεταφ. Κανελλοπούλου, Β., Λυπουρλή, Ε., Μανιαδάκη, Α., Μιλιένος, Φ., Παλαιολόγου, Α., Παναγής, Γ., Παπαντωνίου, Γ., Παυλόπουλος Β. *Ψυχολογία*. 4η Αμερικάνικη-2η Ελληνική έκδοση. Εκδόσεις: ΥΤΟΡΙΑ. Σελ.528-538

#### **Ελληνόγλωσσες**

Βοσνιάδου, Σ. (2001). *Εισαγωγή στην Ψυχολογία*. Gutenberg

Δημητρίου- Χατζηνεοφύτου, Λ. (2001). *Το 6 πρώτα χρόνια της ζωής, ε'* έκδοση, Αθήνα. Ελληνικά Γράμματα.

Κασιμάτη, Κ.(2003). Η δόμηση της μαθηματικής σκέψης στην προσχολική ηλικία. *Πρακτικά 20ου Πανελληνίου συνεδρίου της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας*. Βέροια. Διαθέσιμο στο: <http://www.hms.gr/arithma/?s=se&i=818>. Ανακτήθηκε 11/11/2019.

Καψάλης Α. & Λεμονίδης, Χ., (1999). Σύγχρονες τάσεις της διδακτικής των μαθηματικών. ΜΑΚΕΔΟΝΟΝ, Περιοδική επιστημονική έκδοση της Παιδαγωγικής Σχολής Φλώρινας του Α.Π.Θ. Τεύχος 6, σ.σ. 95-115.

Λεμονίδης, Χ. (2000). *Στοιχεία αριθμητικής και θεωρίας αριθμών για το δάσκαλο*. Αθήνα: Πατάκης

Λεμονίδης, Χ. (2013). *Μια Νέα Πρόταση Διδασκαλίας των Μαθηματικών στις Πρώτες Τάξεις του Δημοτικού Σχολείου*. Αθήνα: Πατάκης.

Παρασκευόπουλος, Ι. (1985). *Εξελικτική ψυχολογία*, τόμοι ( 1, 2 και 3, 4,) Αθήνα.

Ράπτης, Α. & Ράπτη, Α. (2003). *Μάθηση και Διδασκαλία στην εποχή της Πληροφορίας* (Ολική Προσέγγιση). Τόμος Α'. Αθήνα: Αριστοτέλης Ράπτης.

Σαπλαμίδου, Σ., & Σάλτα, Μ. (2016). Διδασκαλία των Μαθηματικών υπό το πρίσμα του Κονστρουκτιβισμού. *Πανελλήνιο Συνέδριο Επιστημών Εκπαίδευσης, 2015(2)*, 1207-1215.

Σαρρής, Κ. Δ. (2009). *Εισαγωγή στη γνωστική και ψυχαναλυτική θεωρία της ανάπτυξης του παιδιού*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Τζεκάκη, Μ. (1998). *Μαθηματικές Δραστηριότητες για την Προσχολική Ηλικία*. Αθήνα: Gutenberg.

Τζεκάκη, Μ. (2007). *Μικρά παιδιά, μεγάλα μαθηματικά νοήματα*. Αθήνα: Gutenberg

Φιλίππου, Γ. & Χρήστου, Κ. (2002). *Διδακτική των Μαθηματικών*. Αθήνα: Τυπωθήτω - Γ. Δαρδανός.

#### **Ιστοσελίδες**

Καψάλης, Α., Λεμονίδης, Χ. (1999). Σύγχρονες τάσεις της διδακτικής των μαθηματικών. ΜΑΚΕΔΟΝΟΝ, Περιοδική επιστημονική έκδοση της Παιδαγωγικής Σχολής Φλώρινας του Α.Π.Θ. 6 95-115. Διαθέσιμο στο: [http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/14\\_2.pdf](http://mathslife.eled.uowm.gr/sites/default/files/usersfiles/14_2.pdf). Ανακτήθηκε 1/11/2019.

Κοτρώτσου, Μ., & Πιπιλή, Ε. (2014). Αξιολόγηση ενός έντυπου και ενός ηλεκτρονικού παιδαγωγικού υλικού. Μαθητικές έννοιες σε παιδιά προσχολικής ηλικίας. Διαθέσιμο στο: <http://apothetirio.teiep.gr/xmlui/handle/123456789/765>. Ανακτήθηκε 23/11/2019.

Λεμονίδης, Χ. (1998). Διδασκαλία των πρώτων αριθμητικών εννοιών. *Ερευνητική διάσταση της Διδακτικής των Μαθηματικών*, Τεύχος 3. Περιοδική έκδοση [54] του Παραρτήματος Κεντρικής Μακεδονίας της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας. σσ.87-122. Διαθέσιμο στο: <https://docplayer.gr/6861133-Didaskalia-ton-proton-arithmitikon-ennoion.html> Ανακτήθηκε 11/11/2019.

Ντουνούση Α. (2015). Ανίχνευση δυσκολιών στα Μαθηματικά για παιδιά προσχολικής ηλικίας: μία πιλοτική εφαρμογή ανιχνευτικού κριτηρίου μέσης επίδοσης. Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης. Διπλωματική εργασία. Διαθέσιμο στο: <https://ikee.lib.auth.gr/record/281041/files/GRI-2016-15692.pdf> Ανακτήθηκε 11/11/2019.

Παπαντωνίου, Α.Γ. (2018). Ψυχολογία κινήτρων. E-course Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων. Σχολή Επιστημών Αγωγής. Παιδαγωγικό Τμήμα Νηπιαγωγών. Ακαδημαϊκό έτος 2018-2019, στο <http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1080> Ανακτήθηκε 12/11/2019