

Η εφαρμογή της αντεστραμμένης διδασκαλίας στη γεωμετρία

Μπουραζάνας Κωνσταντίνος

Συντονιστής Μαθηματικών ΠΕΚΕΣ Θεσσαλίας

kbour@sch.gr

Περίληψη

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι να εξετάσει, διερευνήσει τη χρήση της μεθόδου της αντεστραμμένης διδασκαλίας (flipped learning) στο μάθημα της γεωμετρίας. Επίσης διερευνάται το κατά πόσο η μέθοδος της αντεστραμμένης διδασκαλίας συμβάλει στα επιμέρους παιδαγωγικά οφέλη, στην ενεργητική συμμετοχή των μαθητών αλλά και στην αυτονομία αυτών, με την αξιοποίηση της ομαδοσυνεργατικής μεθόδου. Για την επίτευξη των στόχων της εργασίας αξιοποιείται το λογισμικό που είναι πλέον κατάλληλο για τη διδασκαλία της γεωμετρίας the geometer's sketchpad. Η εργασία έγινε κατά το διάστημα στο οποίο η διδασκαλία των μαθημάτων στα σχολεία γινόταν με τη μέθοδο της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης. Στην έρευνα συμμετείχαν 228 μαθητές/τριες Β' Λυκείου και έξι εκπαιδευτικοί σχολείων της Θεσσαλίας. Από την εργασία αυτή φαίνεται ότι όταν ο εκπαιδευτικός έχει προετοιμάσει την εισαγωγή των νέων διδακτικών εννοιών του μαθήματος με τον κατάλληλο τρόπο, τότε μπορεί η μέθοδος της αντεστραμμένης διδασκαλίας να είναι περισσότερο αποτελεσματική από την παραδοσιακή μέθοδο της διδασκαλίας.

Λέξεις Κλειδιά: Αντεστραμμένη διδασκαλία, flipped learning, Μαθηματικά, Γεωμετρία

Εισαγωγή

Ένας εκπαιδευτικός οφείλει να παρακολουθεί τις νέες εξελίξεις και τις επιστημονικές ανακαλύψεις, τις σύγχρονες θεωρητικές προσεγγίσεις και τις βελτιώσεις που μπορεί να υπάρξουν στον τρόπο διδασκαλίας, καθώς και να αξιοποιεί τα επιτεύγματα της τεχνολογίας, ώστε η διδακτική του μέθοδος να είναι περισσότερο ενεργητική, συνεργατική και επομένως, πιο αποτελεσματική. Η πολυπλοκότητα της μαθηματικής γλώσσας καθώς και η αφηρημένη φύση της επιστήμης κάνει δύσκολη την περιγραφή των μαθηματικών εννοιών και ιδεών ως έχουν. Η προσέγγιση τους γίνεται μέσω αναπαραστάσεων οι οποίες αποτελούν το εργαλείο με το οποίο επιτυγχάνεται ο συλλογισμός και η επικοινωνία επιτρέποντας στο άτομο να εξωτερικεύσει και να τυποποιήσει τις μαθηματικές του ιδέες (Kilpatrick et al., 2001: 94). Μέσω των αναπαραστάσεων κατανοούνται ευκολότερα τα μαθηματικά εφόσον μειώνονται οι απαιτήσεις για υποκειμενική ερμηνεία (Blinko, 2004).

Η σημερινή τεχνολογία μάς επιτρέπει να δικτυωθούμε μεταξύ μας, να ανταλλάξουμε απόψεις και πληροφορίες, να δημιουργήσουμε εύχρηστα βιβλία με τη βοήθεια προγραμμάτων, με σκοπό αφενός εμείς οι εκπαιδευτικοί να γίνουμε καλύτεροι σε ό,τι αφορά το κομμάτι της διδασκαλίας και της μετάδοσης των γνώσεων, αφετέρου οι ίδιοι οι μαθητές/τριες να βρίσκουν ενδιαφέρον το μάθημα και να προσλαμβάνουν τις νέες γνώσεις με ευχάριστο τρόπο. Το ανοιχτό περιβάλλον που δημιουργεί αρκετές φορές το λογισμικό του Η/Υ είναι δυναμικό και θελκτικό, ακριβώς διότι δίνει την ευκαιρία στους μαθητές μέσω ενός «παιγνίου» να προσεγγίσουν τις έννοιες.

Οι έρευνες των τελευταίων ετών επικεντρώνονται στη μελέτη των αρχικών ιδεών και των αναπαραστάσεων με τη βοήθεια των Τ.Π.Ε οι οποίες βοηθούν τους μαθητές/τριες να κατανοούν αποτελεσματικά και σε βάθος τις έννοιες αυτές. Ο Freudenthal θεωρεί την εξερεύνηση πραγματικών καταστάσεων και φαινομένων ως σημείο εκκίνησης της μαθησιακής διαδικασίας (Streefland, 2000)

Πολλοί είναι εκείνοι οι ερευνητές που έχουν διατυπώσει θεωρίες για τη διευκόλυνση της διδασκαλίας των μαθηματικών. Σύμφωνα με τις θεωρίες αυτές, οι μαθητές/τριες χρειάζονται ποικιλία αναπαραστάσεων, οι οποίες με τις κατάλληλες διδακτικές παρεμβάσεις θα

αποκρυσταλλωθούν σε νοητικές αναπαραστάσεις και θα συμβάλλουν στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών (Van Hiele, 1973, Cobb, 1987).

Οι θεωρίες των κοινωνικών αναπαραστάσεων (Moscovici, 1982) και των εννοιολογικών πεδίων (Vergnaud, 1996) ενισχύουν την άποψη αυτή για πιο αποτελεσματική διδακτική παρέμβαση, δεδομένου ότι:

A) Κάθε άνθρωπος τείνει να προσαρμόσει τις πληροφορίες που δέχεται για ένα αντικείμενο στο πλαίσιο που έχει ήδη δημιουργήσει από προηγούμενες εμπειρίες του για το αντικείμενο αυτό ή για παρόμοια αντικείμενα, και για το λόγο αυτό κάθε πληροφορία πρέπει να συνδέεται με την αναπαράσταση του αντικειμένου αναφοράς (Moscovici, 1982).

B) Κάθε μαθηματική έννοια αποτελεί σύνολο καταστάσεων (εννοιολογικό πεδίο), η κατανόηση των οποίων απαιτεί διάφορες αλληλοσυνδεόμενες έννοιες. Οι καταστάσεις αυτές έχουν ως αφετηρία πρακτικά «θεωρήματα», στερεότυπα νοητικά σχήματα τα οποία προκύπτουν από την εμπειρία του ατόμου και το βοηθούν να κατατάξει, να διακρίνει και να κατανοήσει τις πληροφορίες που δέχεται. Αυτό δε σημαίνει απαραίτητα ότι το νοητικό σχήμα που κατασκευάζει κάθε άτομο είναι το σωστό εργαλείο για την κατανόηση της αντίστοιχης έννοιας. Για το λόγο αυτό, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να ανακαλύψουν τις κατάλληλες περιστάσεις, επεξηγήσεις, σχόλια, ερωτήσεις και διδακτικές παρεμβάσεις, ώστε από την ατομική εμπειρία του μαθητή/ριας να προκύψει ένα σωστό νοητικό σχήμα το οποίο θα συνεισφέρει στην κατανόηση της έννοιας (Vergnaud, 1996).

Οι έρευνες έχουν δείξει ότι η συνεργατική μάθηση μέσα στην τάξη, η εμπλοκή των μαθητών/τριών με απτές δραστηριότητες και παιχνίδια σε Η/Υ, τους/τις βοηθούν να αντιληφθούν καλύτερα τις έννοιες που πραγματεύονται και ιδιαίτερα αυτούς/ες που μειονεκτούν στα μαθηματικά (Conati, C., & Zhou, X., Mayer, R. E., Mumtaz, S., Virvou, M., Katsionis, G., & Manos, K.)

Ο πειραματισμός, ενώ είναι σημαντικός για επιστήμες όπως η φυσική, η χημεία, η βιολογία, στα μαθηματικά φαίνεται να μην αξιοποιείται. Ένας από τους λόγους που συμβαίνει αυτό είναι ότι η διδασκαλία των μαθηματικών είναι προσκολλημένη στην παραγωγική μέθοδο εξαντλητικής παρουσίασης αξιωμάτων, ορισμών, θεωρημάτων, λημμάτων, πορισμάτων, δηλαδή στον τυπικό τρόπο παρουσιάσής τους που συνίσταται στο να αναδείξει «αμετάβλητες» αλήθειες μέσα από αποδεικτικές διαδικασίες. Τα θεωρήματα συνήθως προηγούνται της απόδειξης αντί να προκύπτουν από αυτή.

Οι δραστηριότητες οι οποίες θα μπορούσαν να είναι κατάλληλες για τη διδασκαλία των μαθηματικών εννοιών θα πρέπει να αναδεικνύουν έναν από τους ακόλουθους επτά διαφορετικούς τρόπους πειραματισμού είτε εστιάζουν και τους αναδεικνύουν όλους σε βάθος:

1. Πειράματα που οδηγούν σε διατύπωση εικασιών για την ισχύ θεωρημάτων εντός ενός θεωρητικού πλαισίου.
2. Πειραματισμός πάνω σε ανοιχτά προβλήματα, όπου προηγείται ο καθορισμός των συνθηκών του προβλήματος από τη διαδικασία επίλυσης του.
3. Πειράματα που σκοπό έχουν να οδηγήσουν τους μαθητές εσκεμμένα σε λανθασμένα συμπεράσματα με στόχο τη δημιουργία γνωστικών συγκρούσεων για την αποδοχή, απόρριψη ή επέκταση μιας γνώσης.
4. Πειράματα που στόχο έχουν να προσεγγιστούν σε διαφορετικά πλαίσια ίδιες γνωστικές περιοχές με σκοπό να αναδειχθούν διαφορετικές μεθοδολογίες, ώστε οι μαθητές μέσω εννοιολογικών μεταφορών να αποκτήσουν εμπειρίες και δεξιότητες.
5. Πειραματισμός πάνω σε περιβάλλοντα όπου κάποια μαθηματική αλήθεια δεν ισχύει με σκοπό να αποκαλυφθεί είτε ποια είναι αυτή, είτε το τι συνέπειες μπορεί να προκαλέσει η μη ισχύ της.

6. Πειραματισμό πάνω σε περιβάλλοντα όπου σκοπίμως έχουμε κρύψει μέρος του μαθηματικού μοντέλου με σκοπό οι μαθητές να το ανακαλύψουν μέσω της αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον (black box)
7. Πειραματισμός σε περιβάλλοντα συγκεκριμένου πλαισίου ώστε οι μαθητές να υλοποιήσουν βάσει αυτού μία ζητούμενη κατάσταση (μοντελοποίηση).

Τα στάδια της μεθόδου της αντεστραμμένης διδασκαλίας

Η μέθοδος της αντεστραμμένης διδασκαλίας (flipped learning) είναι μία διδακτική προσέγγιση η οποία ανήκει στο μεικτό μοντέλο μάθησης (blended learning). Στη μέθοδο της αντεστραμμένης διδασκαλίας η εισαγωγή των νέων διδακτικών εννοιών δε γίνεται στο σχολείο, όπως γίνεται με τη παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας, αλλά οι μαθητές/τριες προετοιμάζονται μόνοι τους στο σπίτι. Αυτό είναι και το πρώτο στάδιο της μεθόδου (πριν από την τάξη), στο οποίο φυσικά ο εκπαιδευτικός δίνει κατάλληλο υλικό και ηλεκτρονικές εφαρμογές, το οποίο θα μελετήσουν οι μαθητές/τριες με τη βοήθεια των λογισμικών.

Το δεύτερο στάδιο της μεθόδου (μέσα στην τάξη), η διαδικασία του μαθήματος συνεχίζεται στο σχολείο, οι μαθητές/τριες γνωρίζουν πλέον το περιεχόμενο του μαθήματος, ο εκπαιδευτικός έχει τη δυνατότητα να επαναλάβει κάποια σημεία του μαθήματος ή να προτείνει νέες εφαρμογές και την επίλυση νέων προβλημάτων. Οι μαθητές αξιοποιώντας τις γνώσεις και την εμπειρία τους που έχουν αποκομίσει, από τη μελέτη κατά το πρώτο στάδιο, μπορούν να εργαστούν συνεργατικά με τους συμμαθητές τους μέσα από ομαδοσυνεργατικές δραστηριότητες, τι οποίες προτείνει ο εκπαιδευτικός στους μαθητές του, αφού προηγουμένως ο ίδιος τις έχει επεξεργαστεί. Στο στάδιο αυτό ο εκπαιδευτικός λειτουργεί ως μέντορας, καθοδηγητής και διευκολυντής της μάθησης, προσπαθώντας να επιλύσει προβλήματα και απορίες των μαθητών/τριών του, προσπαθώντας να αναπτύξει τα ενδιαφέροντα και τις ικανότητές των μαθητών του (Bishop & Verleger, 2013).

Στο τρίτο στάδιο (έξω από την τάξη) οι μαθητές εργαζόμενοι στο δικό τους χώρο τους, μπορούν να ελέγξουν τις γνώσεις τους και να εξασκηθούν επιπλέον και να επεκτείνουν τις ήδη αποκτηθείσες γνώσεις τους (Estes et al., 2014).

Σκοπός και στόχοι της έρευνας

Ο σκοπός της έρευνας ήταν να διερευνήσει τη μέθοδο της αντεστραμμένης διδασκαλίας (flipped learning) στο μάθημα της γεωμετρίας. Οι στόχοι της έρευνας ήταν να εξετάσει τα επιμέρους παιδαγωγικά οφέλη της μεθόδου, την ενεργητική συμμετοχή και την στάση των μαθητών/τριών στο μάθημα της γεωμετρίας. Την εμβάθυνση στις διδακτικών εννοιών, την κριτική προσέγγιση των μαθητών/τριών στα προβλήματα της γεωμετρίας και τέλος να συμβάλλει στην αξιοποίηση των διδακτικών μεθόδων κατά τη διάρκεια της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης.

Δείγμα της έρευνας

Η διεξαγωγή της έρευνας πραγματοποιήθηκε σε σχολεία στη περιοχή της Θεσσαλίας. Στην έρευνα συμμετείχαν 228 μαθητές/τριες Β' τάξης γενικού λυκείου και έξι μαθηματικοί διαφορετικών σχολείων. Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι οι μαθητές/τριες δεν γνώριζαν την συμμετοχή τους στην έρευνα από την αρχή αυτής, αλλά ενημερώθηκαν όταν τους ζητήθηκε στο τέλος του τρίτου σταδίου της εφαρμογής της μεθόδου, να συμπληρώσουν το αντίστοιχο ερωτηματολόγιο.

Μεθοδολογία

Έχοντας ως κριτήρια τον σκοπό και τους στόχους της εργασίας, συντάχθηκαν δύο ερωτηματολόγια, ανώνυμα, προκειμένου να διερευνηθούν τα κεντρικά ερωτήματα της έρευνας. Το πρώτο ερωτηματολόγιο ζητήθηκε να το συμπληρώσουν οι μαθητές/τριες που συμμετείχαν στην εργασία και το δεύτερο οι αντίστοιχοι εκπαιδευτικοί.

Όσον αφορά το ερωτηματολόγιο που δόθηκε στους μαθητές/τριες, περιελάμβανε συνολικά 12 ερωτήσεις και το δεύτερο περιελάμβανε 15 ερωτήσεις. Σε όλες τις ερωτήσεις και των δύο ερωτηματολογίων χρησιμοποιήθηκε η πενταβάθμια κλίμακα (1 = καθόλου, ..., 5 = πάρα πολύ).

Επίσης στα πλαίσια της εργασίας με βάση, να δώσουμε στους μαθητές/τριες τη δυνατότητα να κατανοήσουν καλύτερα την πολυμορφία των εννοιών, μέσω των αναπαραστάσεων και της εμπλοκής τους σε πραγματικά προβλήματα, ώστε να επινοήσουν στρατηγικές επίλυσης αυτών, αναπτύξαμε ένα αρχείο διδακτικής παρέμβασης με παράλληλη χρήση λογισμικού σε υπολογιστή. Το αρχείο ήταν σχεδιασμένο σε περιβάλλον του λογισμικού Geometers' Sketchpad και είναι διαθέσιμο στον εκπαιδευτικό ιστότοπο «Ο ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ». Το αρχείο διαμοιράστηκε στους εκπαιδευτικούς που συμμετείχαν στην έρευνα και έγινε και η απαραίτητη επιμόρφωση αυτών.

Η προτεινόμενη εφαρμογή του λογισμικού αποτελείται από έντεκα σελίδες και σε κάθε μία από τις οποίες υπάρχει μια δραστηριότητα, την οποία καλούνται να επεξεργαστούν οι μαθητές.

Η διδακτική προσέγγιση των προτεινόμενων δραστηριοτήτων

Το αρχείο λειτουργεί υποστηρικτικά στη μαθησιακή διαδικασία και στην οργάνωση της σκέψης των μαθητών για ενσωμάτωση και συγκράτηση των πληροφοριών, με τρόπο που να διευκολύνει την προετοιμασία για την πρόσληψη της νέας γνώσης (Kirkman & Shaw, 1997).

Μέσα από τις προτεινόμενες δραστηριότητες αυτής της εργασίας αναμένεται οι μαθητές/τριες να πειραματιστούν με το Πυθαγόρειο Θεώρημα και τις εφαρμογές του σε ανοιχτό περιβάλλον ώστε να μπορούν να το αξιοποιήσουν σε διάφορα πρακτικά και καθημερινά προβλήματα.

Μια τέτοια διδακτική παρέμβαση προτείνεται για την εμπλοκή των μαθητών/ριών με τις διάφορες μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες αντιμετώπισης των αντίστοιχων προβλημάτων. Δίνεται η δυνατότητα στους μαθητές/τριες να εργαστούν διερευνητικά, συνθετικά και ανακλαστικά, ώστε να αντιμετωπίζουν ζητήματα όπως π.χ. πώς μπορεί να χωριστεί ένα επίπεδο σχήμα σε δύο όμοια και ισοδύναμα σχήματα με άθροισμα επιφανειών ίσο με του αρχικού, αλλά και το αντίστροφο. Επίσης οι μαθητές/τριες αναμένεται να ανακαλύψουν εργαλεία επιμερισμού και σύνθεσης, αλληλεπιδρώντας με το περιβάλλον με αποτέλεσμα να αποκτήσουν δεξιότητες στην επίλυση διάφορων καθημερινών προβλημάτων.

Ανάλυση των προτεινόμενων δραστηριοτήτων:

Σελίδα 1^η:

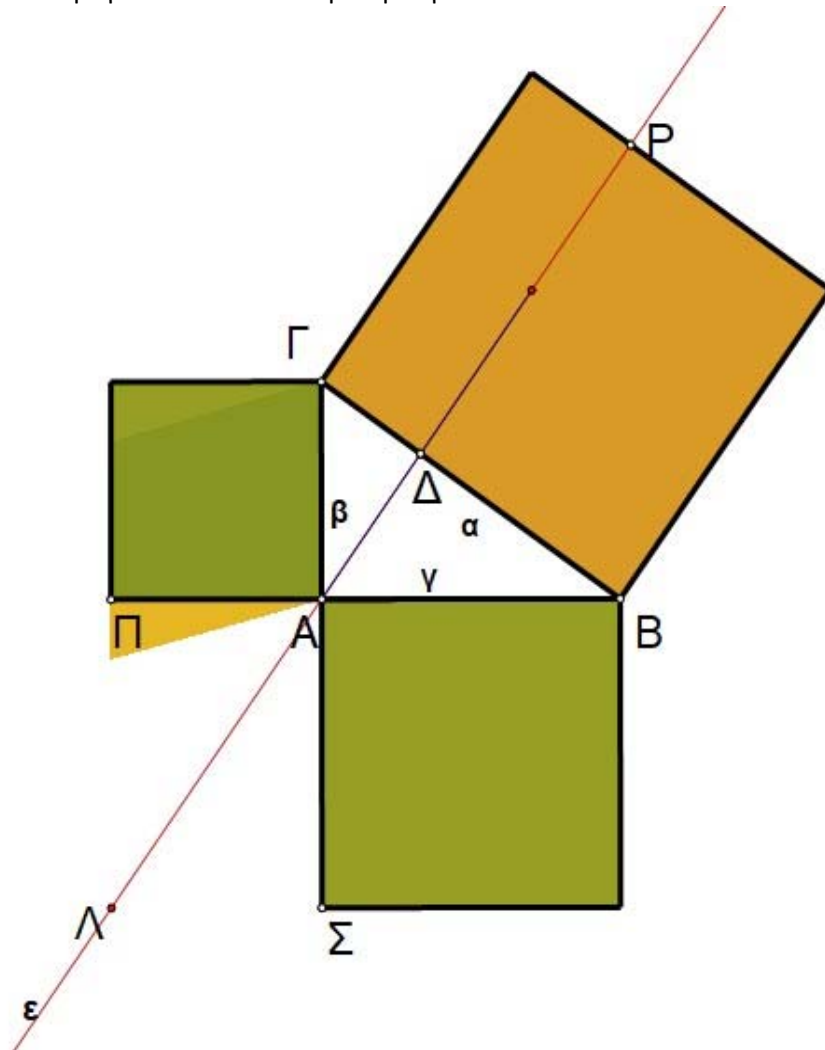
Μέσα από την πρώτη δραστηριότητα αναμένεται να αντιληφθούν οι μαθητές/τριες τότε και για ποιο λόγο το ορθογώνιο είναι ισοδύναμο με ένα παραλληλόγραμμο. Οι μαθητές θα επικεντρωθούν στην σκέψη ότι τα εμβαδά των παραλληλόγραμμων σχημάτων δεν αλλάζουν όσο το ύψος και η βάση αυτών παραμένουν σταθερά ως μεγέθη. Η διαπίστωση αυτού του μετασχηματισμού είναι απαραίτητη ως θεωρητικό υπόβαθρο για την επόμενη δραστηριότητα.

Σελίδα 2^η:

Η δεύτερη δραστηριότητα δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές/τριες να διαπιστώσουν πειραματιζόμενοι ότι το άθροισμα των εμβαδών των τετραγώνων που σχηματίζονται από τις κάθετες πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου ισούται με το εμβαδόν του τετραγώνου που σχηματίζεται με πλευρά την υποτείνουσα του τριγώνου αυτού. Ο εκπαιδευτικός επικεντρώνει το ενδιαφέρον των παιδιών στην παρατήρηση αυτής της σχέσης, στη λεκτική της διατύπωση και στην απόδοσή της με κάποιο μαθηματικό τρόπο, δεδομένου ότι το εμβαδόν ενός τετραγώνου πλευράς a δίνεται από τον τύπο a^2 . Έτσι, μπορεί να βγει πρακτικά ο κανόνας ότι «το άθροισμα των εμβαδών των τετραγώνων που σχηματίζονται από τις

κάθετες πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου ισούται με το εμβαδόν του τετραγώνου που σχηματίζεται με πλευρά την υποτεινούσά του» δηλαδή το γνωστό Πυθαγόρειο θεώρημα και να προκύψει η αντίστοιχη σχέση $a^2 = \beta^2 + \gamma^2$.

Στη σελίδα αυτή δίνεται η δυνατότητα στους μαθητές/ριες πέρα των πειραματισμών να εκτελέσουν με κατάλληλο εργαλείο (Παρουσίαση) την προγραμματισμένη διαδικασία μετασχηματισμού των τετραγώνων σε ισοδύναμα ορθογώνια.

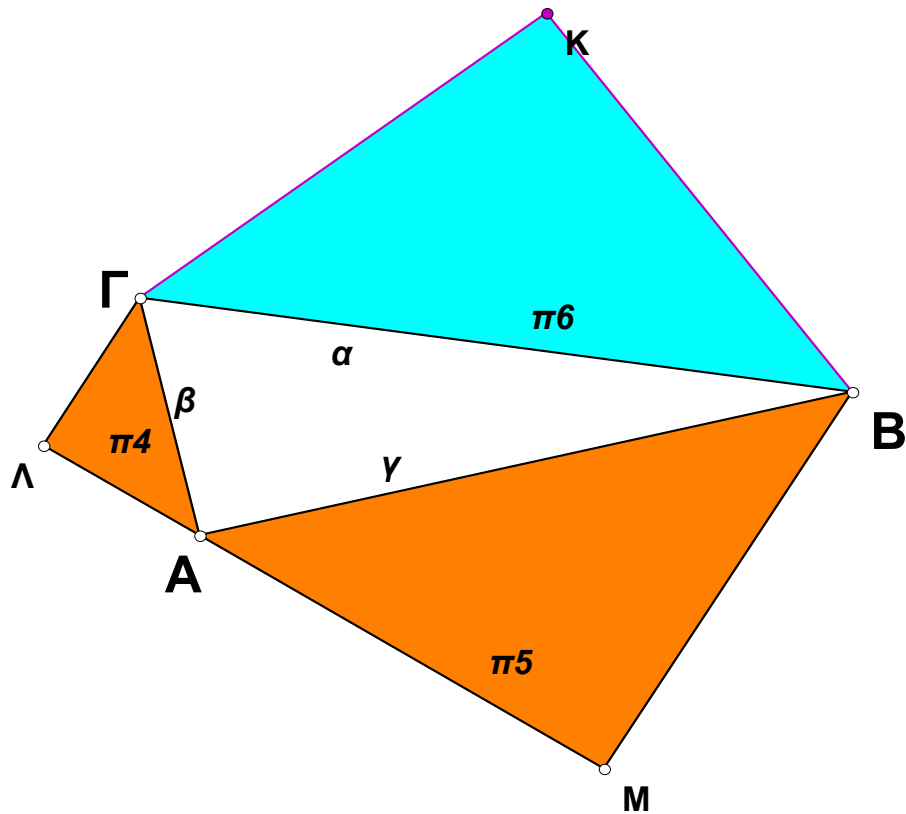


Διάγραμμα 1: Εφαρμογή του πυθαγορείου θεωρήματος με τη βοήθεια των αντίστοιχων τετραγώνων στις πλευρές του.

Οι δραστηριότητες των σελίδων 3,4,5 και 6 προσφέρονται για να διαπιστώσουν οι μαθητές/ριες ότι το Πυθαγόρειο Θεώρημα $a^2 = \beta^2 + \gamma^2$, δεν ισχύει μόνο όταν περιμετρικά των πλευρών του ορθογωνίου τριγώνου κατασκευάζουμε τετράγωνα, αλλά ισχύει και όταν κατασκευάζουμε από τις πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου περιμετρικά αυτού και άλλα σχήματα, όπως ορθογώνια ισοσκελή τρίγωνα, ισόπλευρα τρίγωνα, ημικύκλια και άλλα όμοια μεταξύ τους σχήματα. Μια αναπαράσταση κατά τη διαδικασία επίλυσης προβλήματος αφενός συμβάλλει στην πληρέστερη κατανόηση του προβλήματος και αφετέρου αποτυπώνει τα ενδιάμεσα βήματα του λύτη μέσα από μια συνοπτική παρουσίαση της πληροφορίας διευκολύνοντας έτσι διαδικασίες ελέγχου και επαλήθευσης (Κολέζα, 2000: 111)

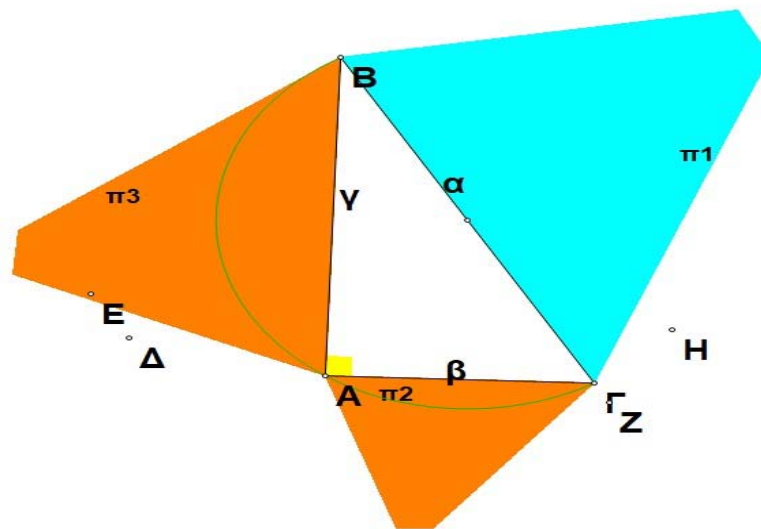
Για να διερευνήσουν οι μαθητές/ριες τον τρόπο που προκύπτουν οι αντίστοιχες ιδιότητες, ζητείται να τις διατυπώσουν αλλά και να βρουν το μετασχηματισμό που συνδέει τη σχέση του Πυθαγορείου θεωρήματος με αυτές ($1/4$ στα ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα, $\sqrt{3}/4$

στα ισόπλευρα τρίγωνα και με $\pi/2$ στα ημικύκλια). Δηλαδή στη περίπτωση των ορθογωνίων και ισοσκελών τριγώνων που είναι περιμετρικά του κεντρικού ορθογωνίου τριγώνου έχουμε την ισότητα των εμβαδών : $(ABM)+(A\Gamma\Lambda)=(B\Gamma K)$ που οδηγεί τελικά στη μετρική σχέση $(\gamma^2/4)+(\beta^2/4)=(\alpha^2/4)$.



Διάγραμμα 2: Εφαρμογή του πυθαγορείου θεωρήματος με τη βοήθεια των αντίστοιχων ορθογωνίων και ισοσκελών τριγώνων στις πλευρές του.

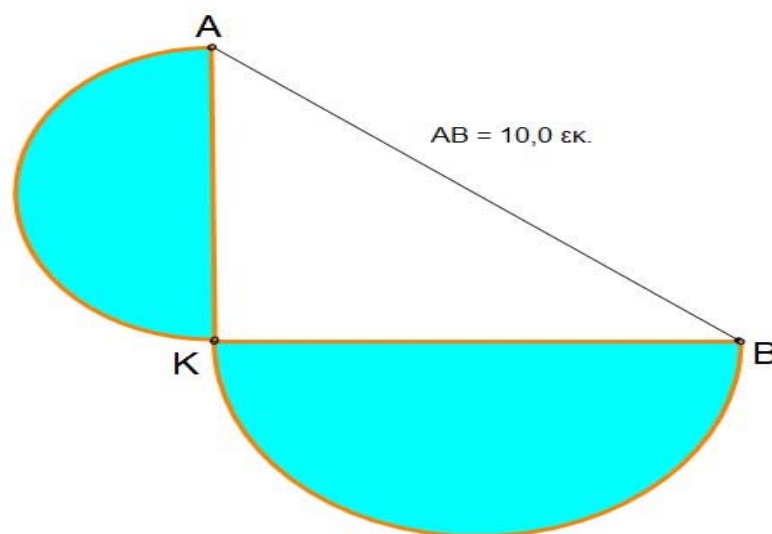
Ειδικά η έκτη δραστηριότητα δίνεται, για να διευρύνουν οι μαθητές/ριες την ισχύ του Πυθαγορείου Θεωρήματος σε τυχαία σχήματα και να αντιληφθούν ότι αυτό ισχύει πάντοτε, όταν έχουμε όμοια πολύγωνα σχηματιζόμενα περιμετρικά του ορθογωνίου τριγώνου, που έχουν όμως τις ομόλογες πλευρές ανάλογες με τις πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου.



Διάγραμμα 3: Εφαρμογή του πυθαγορείου θεωρήματος με τη βοήθεια όμοιων τετραπλεύρων στις πλευρές του.

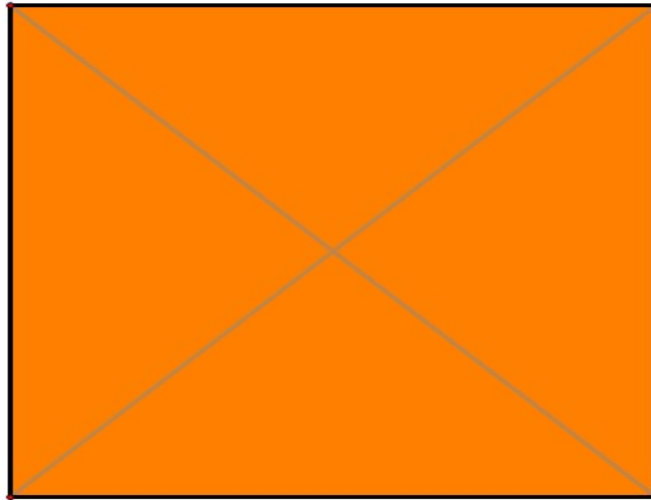
Τα προβλήματα που ακολουθούν στις επόμενες σελίδες της εργασίας, δίνονται για να μπορέσουν οι μαθητές/ριες να εφαρμόσουν το Πυθαγόρειο θεώρημα σε καθημερινά προβλήματα. Επίσης, ζητείται να προταθούν δύο τρόποι λύσης, ένας αλγεβρικός (με τη βοήθεια της μετρικής σχέσης του Πυθαγορείου Θεωρήματος) και ένας γεωμετρικός (με την κατάλληλη τοποθέτηση των σχημάτων), για να αποκτήσουν οι μαθητές/ριες τη δυνατότητα να ερμηνεύουν τα διάφορα προβλήματα με αλγεβρικές σχέσεις και αντίστροφα.

Από την εμπλοκή των μαθητών/ριών με τα τέσσερα πρώτα προβλήματα, αναμένεται να αποκτήσουν ένα εργαλείο σύνθεσης επιφανειών. Δηλαδή, όταν τους δίνονται δύο ή και περισσότερα όμοια σχήματα, να μπορούν να δημιουργήσουν ένα όμοιο σχήμα με τα προηγούμενα, που έχει όμως τη συνολική επιφάνεια αυτών.



Διάγραμμα 4: Τοποθέτηση των ημικυκλίων ώστε οι διάμετροι αυτών να σχηματίζουν ορθή γωνία.

Ενώ μέσα από την προσπάθεια των μαθητών/ριών να επιλύσουν το πέμπτο πρόβλημα, αναμένεται να αποκτήσουν ένα εργαλείο διαμέρισης μιας επιφάνειας σε δυο όμοιες. Ειδικά στο σχήμα του προβλήματος αυτού, υπάρχουν και οι διαγώνιοι του τετραγώνου, ώστε, όταν λύσουν το πρόβλημα οι μαθητές/ριες, να διαπιστώσουν ότι το μήκος της πλευράς του τετραγώνου που αναζητούν ισούται με το ήμισυ του μήκους της διαγωνίου. Έτσι, μπορούν να αντιληφθούν ότι, όταν έχουμε ένα τετράγωνο σχήμα και θέλουμε να το διαμερίσουμε σε δύο άλλα τετράγωνα, τότε μπορούμε πρώτα να το χωρίσουμε σε τέσσερα ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα, φέρνοντας τις διαγώνιους και στη συνέχεια συνθέτοντας κατάλληλα τα τρίγωνα ανά δύο, θα πάρουμε τα ζητούμενα τετράγωνα.



Διάγραμμα 5: Ο διαμερισμός του τετραγώνου σε 4 ίσα ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα με τη βοήθεια των διαγωνίων του.

Αποτελέσματα

Μετά από την λεπτομερή εξέταση των απαντήσεων όλων των ερωτηματολογίων μαθητών/τριών και εκπαιδευτικών μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι η μέθοδος της αντεστραμμένης διδασκαλίας έχει αρκετά θετικά σημεία τα οποία είναι:

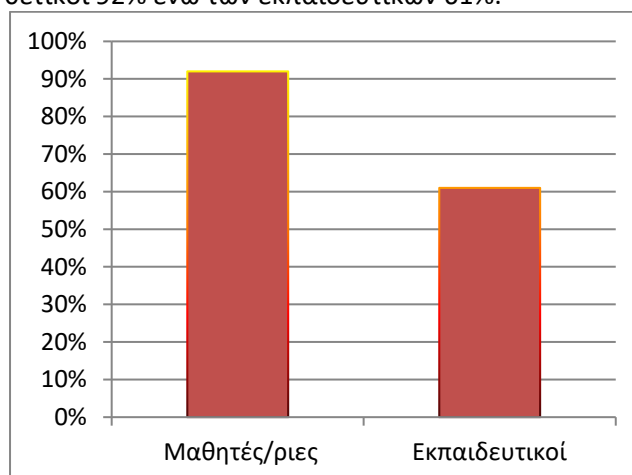
- Η εξ αποστάσεως εκπαίδευση διευκολύνει τη χρήση της μεθόδου, αφού αυτή γίνεται με τη βοήθεια του υπολογιστή και άρα η αξιοποίηση των κατάλληλων λογισμικών είναι άμεση.
- Είναι ελκυστική για τους μαθητές/τριες δεδομένου της ιδιαίτερης ευχέρειας που διαθέτουν οι μαθητές/τριες στη χρήση των ηλεκτρονικών μέσων. Ωστόσο θα πρέπει να αναφέρομαι και τη τεράστια βελτίωση των εκπαιδευτικών στην αξιοποίηση των εργαλείων του υπολογιστή, η οποία έγινε τα δύο τελευταία χρόνια, εξ αιτίας της απαραίτητης χρήσης αυτών στην εξ αποστάσεως διδασκαλία.
- Δίνεται η δυνατότητα για πιο αποτελεσματική χρήση του χρόνου της διδασκαλίας στην τάξη με ασκήσεις εμπέδωσης, στοχεύοντας στις ιδιαίτερες ανάγκες του κάθε μαθητή. Οι εκπαιδευτικοί αναφέρουν ότι μπορούν πλέον να αξιοποιήσουν την συνεργατική μάθηση, αφού ο χρόνος διδασκαλίας είναι επαρκής (Cole & Kritzer, 2009).
- Οι μαθητές/ριες προβληματίζονται περισσότερο, πιο εύκολα, η επίλυση των προβλημάτων γίνεται πιο ενδιαφέρουσα, με συνέπεια οι μαθητές/ριες να εμβραθύνουν περισσότερο στις έννοιες της γεωμετρίας.

- Ο εμπέδωση των διδακτικών εννοιών γίνεται πιο εύκολη, αφού ο κάθε μαθητής/ρια μπορεί και μαθαίνει με το δικό του ρυθμό μάθησης και αυξάνεται η απόδοση των μαθητών/τριών (Bonwell and Eison, 1991).
- Συμβάλλει στον αυτοέλεγχο, αυξάνει την αυτοπεποίθηση των μαθητών/ριών και μειώνει τη μαθηματικοφοβία και βοηθά στην καλύτερευση της στάσης των μαθητών/ριών στη μάθηση (O' Dowd & Aguilar-Roca, 2009).
- Αυξάνει τα επίπεδα αυτονομίας και την ενεργή συμμετοχή των μαθητών/ριών, η οποία βοηθά στην απόκτηση της κριτικής σκέψης στις αντίστοιχες έννοιες (Gannod, Berg & Helmick, 2008).
- Συμβάλλει στη δημιουργία καλών σχέσεων μεταξύ μαθητών/ριών και εκπαιδευτικών και στη βελτίωση του σχολικού κλίματος γενικότερα.

Ως αρνητικά σημεία της μεθόδου της αντεστραμμένης διδασκαλίας μπορούμε να αναφέρουμε:

- Την ιδιαίτερη προετοιμασία των εκπαιδευτικών για τη διδασκαλία των διδακτικών εννοιών της κάθε ενότητας. Ωστόσο όμως θα πρέπει τονίσουμε την ύπαρξη πολλών ψηφιακών εργαλείων, δραστηριοτήτων (φωτόδεντρο, e-gliko), και την υποστήριξη που προσφέρουν οι εκπαιδευτικές πλατφόρμες (e-class, e-me) στο έργο των εκπαιδευτικών.
- Την απαραίτητη τεχνική υποδομή που χρειάζονται τα σχολεία μας, οι εκπαιδευτικοί και οι μαθητές/ριες.
- Την συνεχή επιμόρφωση των εκπαιδευτικών μας, αφού η τεχνολογία εξελίσσεται με ραγδαία ταχύτητα.
- Απαιτεί χρόνο προετοιμασίας για τους μαθητές/ριες, ο οποίος είναι περιορισμένος, αν αναλογιστούμε τις πολλές δραστηριότητες στις οποίες καλούνται να συμμετέχουν.
- Μπορεί να παρουσιαστούν προβλήματα εξ αιτίας της χρήσης των ηλεκτρονικών υπολογιστών, της συμβατότητας των λογισμικών και πολλές άλλες απρόβλεπτες δυσκολίες.

Αξίζει να αναφέρουμε ότι στην κοινή ερώτηση «είναι απαραίτητη η χρήση λογισμικού στη διδασκαλία του μαθήματος της γεωμετρίας» οι μέσοι όροι των απαντήσεων των μαθητών/ριων ήταν θετικοί 92% ενώ των εκπαιδευτικών 61%.



Διάγραμμα 6: Οι μέσες τιμές των θετικών απαντήσεων στην ερώτηση «είναι απαραίτητη η χρήση λογισμικού στη διδασκαλία του μαθήματος της γεωμετρίας».

Συμπερασματικά θα πρέπει να αναφέρουμε, ότι δεν μπορούμε να συγκρίνουμε την παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας με την μέθοδο της αντεστραμμένης τάξης, ο εκπαιδευτικός είναι εκείνος ο οποίος έχοντας ως γνώμονα την επίτευξη των στόχων του μαθήματός του, γνωρίζοντας τις δυνατότητες των μαθητών/τριών του και τις ιδιαίτερες συνθήκες που επικρατούν θα επιλέξει τη μέθοδο που θα ακολουθήσει.

Αναφορές

Bishop, J. L., Verleger, M. A. (2013). The flipped classroom: A survey of the research. In *ASCE National Conference Proceedings*, Atlanta, GA.

Blinko, I. (2004). Mathematics in context. *Mathematics Teaching*, 188, 3-9.

Bonwell, C., & Eison, J. (1991). *Active Learning: Creating Excitement in the Classroom*. ASHE-ERIC Higher Education.

Cole, E., & Kritzer, B. (2009). Strategies for success: Teaching an online course. *Rural Special Education Quarterly*, 28(4), 36-40.

Conati, C., & Zhou, X. (2002). *Modeling students' emotions from cognitive appraisal in educational games*. In S. A. Cerri, G. Gouarderes, & F. Paraguacu (Eds.), *Proceedings of the Intelligent Tutoring Systems 2002*, Lecture Notes in Computer Science, 2363, Berlin Heidelberg: Springer, 944-954.

Estes, M. D., Ingram, R., Liu, J. C. (2014). *A review of flipped classroom research, practice, and technologies*. *International HETL Review*, Volume 4, Article 7, (Retrieved from: <https://www.hetl.org/feature-articles/a-review-of-flipped-classroomresearch-practice-and-technologies> on 20.04.2018).

Gannod, C., Burge, E. & Helmick, T. (2008). *Proceedings of the 30th International Conference on Software Engineering: Using the inverted classroom to teach software engineering*. New York: ACM.

Kilpatrick, J. Swafford, J. & Findell, B.(Eds) (2001). Adding it up: helping children learn mathematics (pp. 87-102). National Academy Press.

Kirkman, G., & Shaw, E. L. (1997). *Effects of an oral advance organizer on immediate and delayed retention* (Report No. TM027960), Washington, DC: Office of Educational Research and Improvement. (ERIC Document Reproduction Service No.ED415263)

Mayer, R. E. (2001). *Multimedia Learning*, New York: Cambridge University Press.

Mumtaz, S. (2001). *Children's enjoyment and perception of computer use in the home and the school*. *Computers and Education*, 36, 347-362.

O'Dowd, D. & Aguilar-Roca, N. (2009). Garage demos: *using physical models to illustrate dynamic aspects of microscopic biological processes*. *CBE Life Science Education*, 8, 118-122.

Virvou, M., Katsionis, G., & Manos, K. (2005). Combining Software Games with Education: *Evaluation of its Educational Effectiveness*. *Educational Technology & Society*, 8 (2), 54-65.

Κολέζα, Ε. (2000). Γνωσιολογική και διδακτική προσέγγιση των στοιχειωδών μαθηματικών εννοιών. Leader Books..